

样条插值在客观分析中的应用 ——风场客观分析试验*

刘克武

(中国科学院大气物理研究所)

1. 前言

先前曾使用一维三次样条插值对等压面高度场、温度场以及地面气压场进行了客观分析试验,并与逐步订正法进行了比较。这里给出的是实测风场的客观分析试验。

风场的客观分析可以为数值天气预报提供初始场;风场的客观分析图可以直接提供给天气预报作参考;从客观分析的风场还可以方便地算出涡度、散度等物理量。因此,风场的客观分析在天气、数值预报和试验中是很重要的。

本试验是在亚欧范围 40×30 点的矩形区域内进行的,采用正方形网格,空间步长为 270 公里,使用的是常规测站资料。

2. 分析步骤

1) 计算测站上的 u, v

风场的客观分析是把测站的实测风化为 u, v 二分量,然后对此二分量进行客观分析。由于实测风的风向是以局地坐标为基准的,因此要把它统一在所选定的直角坐标系上,换算后的风向为

$$\alpha = 270^\circ - dd + n(\lambda - \lambda_0) \quad (1)$$

式中, dd 为实测风向, n 为兰勃特投影系数, λ 为测站所在经度, λ_0 为与 y 轴平行的基准经度。 α 与 u, v 的关系由图 1 给出,从图中可知

$$u = ff \cos \alpha \quad (2)$$

$$v = ff \sin \alpha \quad (3)$$

其中 ff 为测站风速。

2) 线性插值

由(2)、(3)式算出测站上的 u, v 后,二相邻测站按下式进行插值

$$u = u_i \frac{(x_{i+1} - x)}{\Delta x} + u_{i+1} \frac{(x - x_i)}{\Delta x} \quad (4)$$

式中 u_i, u_{i+1} 分别是二测站风的分量, x_i, x_{i+1} 为相应的坐标, $\Delta x = x_{i+1} - x_i$, x 为插值点的坐标, $x_i \leq x \leq x_{i+1}$, 插值点的坐标 y 由二测站的直线方程算出。

* 本文于 1980 年 5 月 30 日收到, 1980 年 11 月 25 日收到修改稿。

利用(4)式沿 x 方向两两相邻测站进行插值, 并将插值点选在 y 轴上, 如图 2 所示。这种插值的目的是为了把二维分析问题化为一维问题, 以便使用一维样条插值。

3) 求格点上的 u, v

经过线性插值, 整场的测站分布如图 3 所示, 这时虽然测站分布仍不均匀, 但它们都在 y 轴上。从而可以把每根 y 轴上的测站按一维问题来处理, 直接使用一维三次样条进行插值。插值时, 首先对 y 轴上的各节点(即新测站所在点)整体求二阶导数 $M^{[1]}$, 然后利用下式分段进行插值

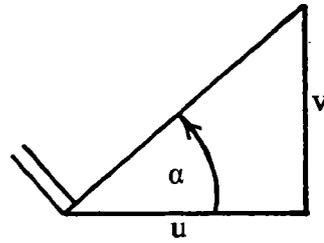


图 1

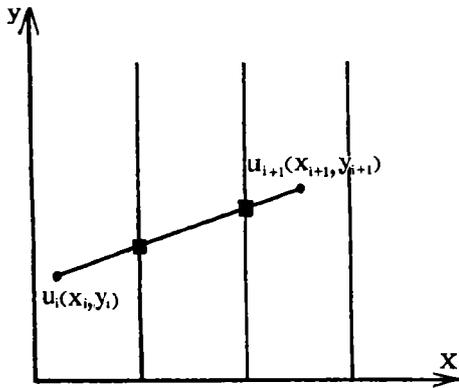


图 2 圆点为二相邻测站, 方点为插值点

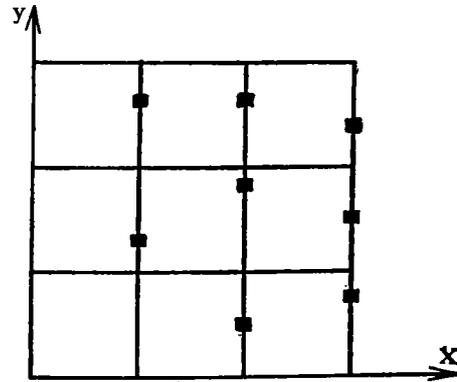


图 3

$$u = \frac{M_i(y_{i+1}-y)^3}{6h_i} + \frac{M_{i+1}(y-y_i)^3}{6h_i} + \left(u_i - \frac{M_i h_i^2}{6}\right) \cdot \frac{y_{i+1}-y}{h_i} + \left(u_{i+1} - \frac{M_{i+1} h_i^2}{6}\right) \cdot \frac{y-y_i}{h_i} \quad (5)$$

式中, $h_i = y_{i+1} - y_i$, y 为待插值点的坐标, $y_i \leq y \leq y_{i+1}$, 插值选在格点上。逐个 y 轴进行上述插值过程就得到了 u 的格点值。 v 的求法类同。

4) 求格点上的风向 DD , 风速 FF

将格点上的 u, v 代入(6), (7)式就得到格点上的风向及合成风速,

$$DD = \text{tg}^{-1} \left| \frac{v}{u} \right| \quad (6)$$

$$FF = \sqrt{u^2 + v^2} \quad (7)$$

3. 客观分析实例

图 4 和图 5 分别是 u, v 客观分析图, 图 6 和图 7 是与之对应的手工分析图, 比较二者的中心强度和位置是很相近的。

流线和等风速线的比较实例分别由图 8 和图 9 给出。从比较中可以看到, 客观分析的流线图, 槽、脊位置相当好, 只是东亚低涡和贝加尔湖低涡, 客观分析为槽。从等风速线比较来看, 其等值线的分布比较相近, 而中心强度客观分析偏低。

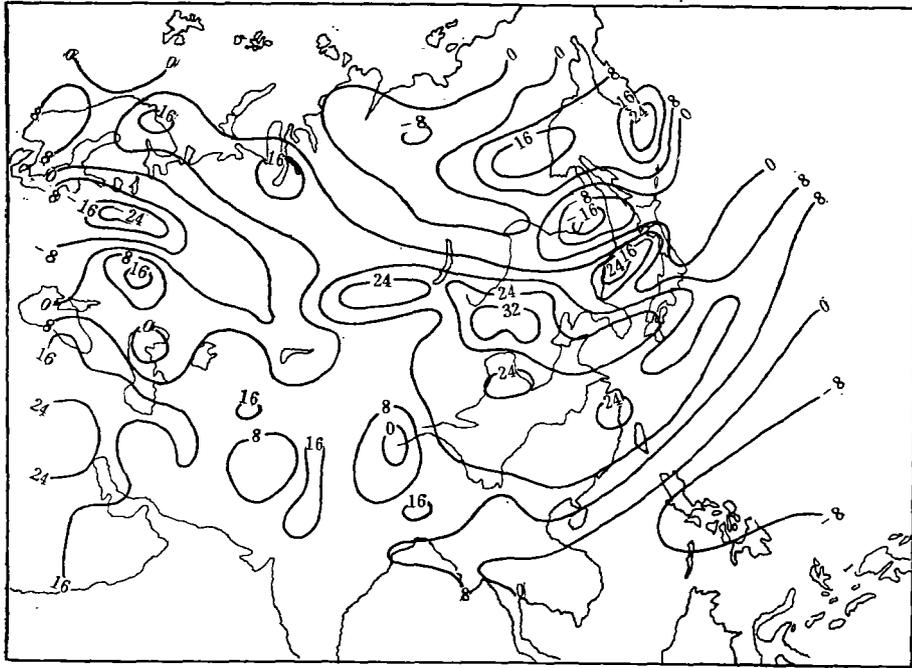


图 4 1978 年 12 月 2 日 08 时(北京时)500 毫巴 u 客观分析图

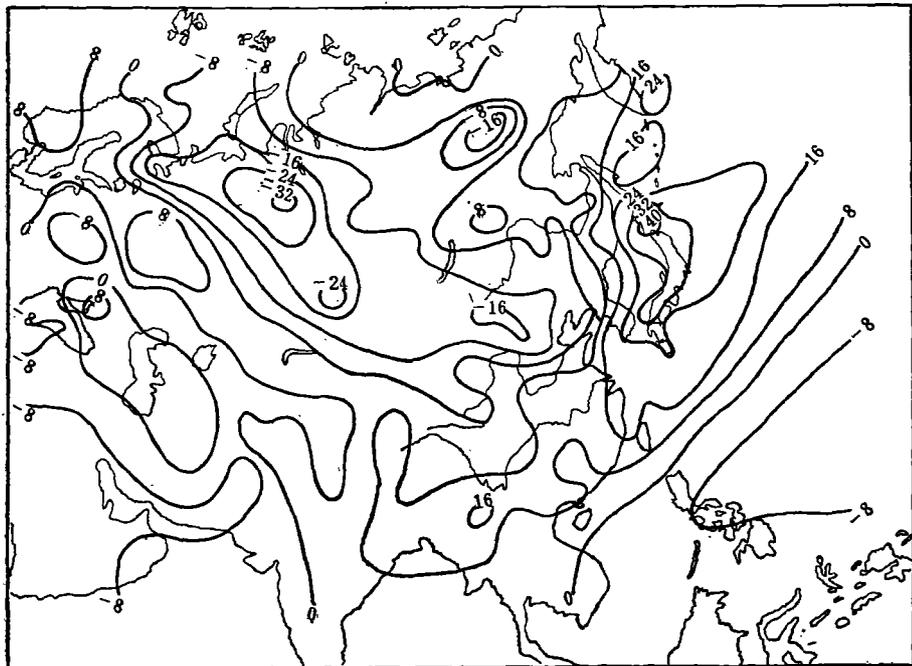


图 5 1978 年 12 月 2 日 08 时(北京时)500 毫巴 v 客观分析图

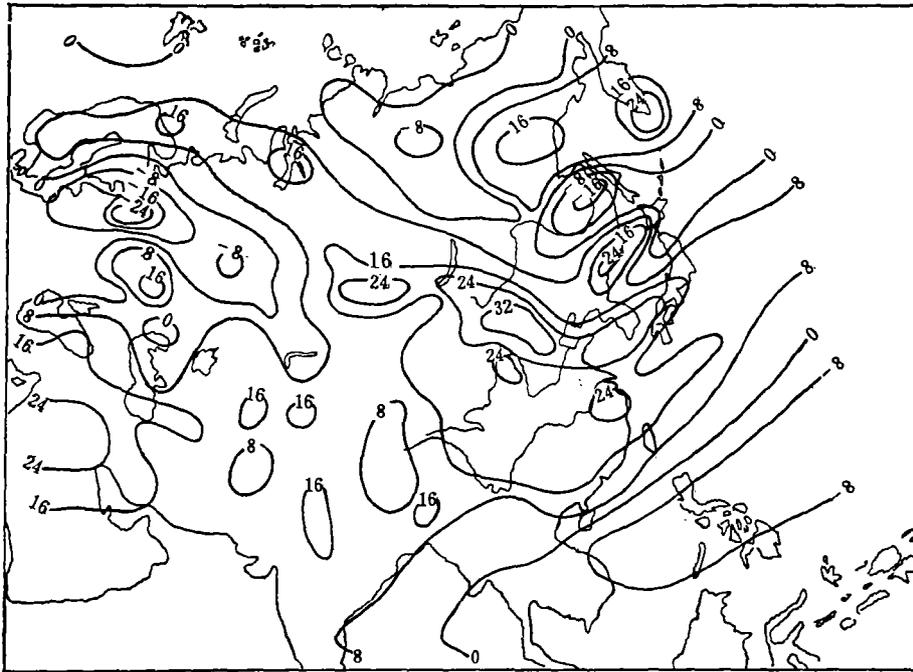


图 6 1978年12月2日08时(北京时)500毫巴 u 手工分析图

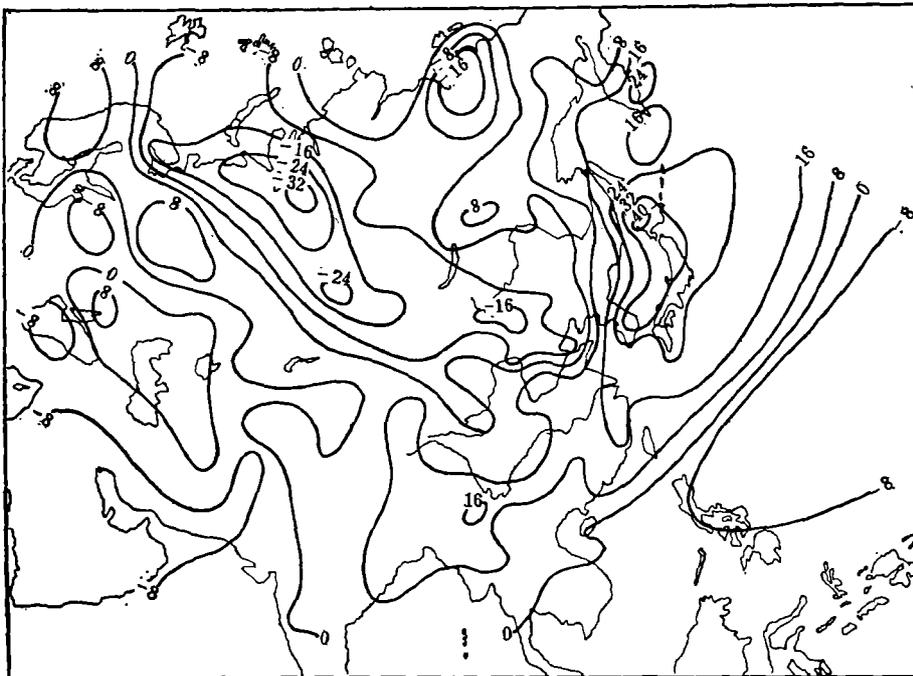


图 7 1978年12月2日08时(北京时)500毫巴 v 手工分析图

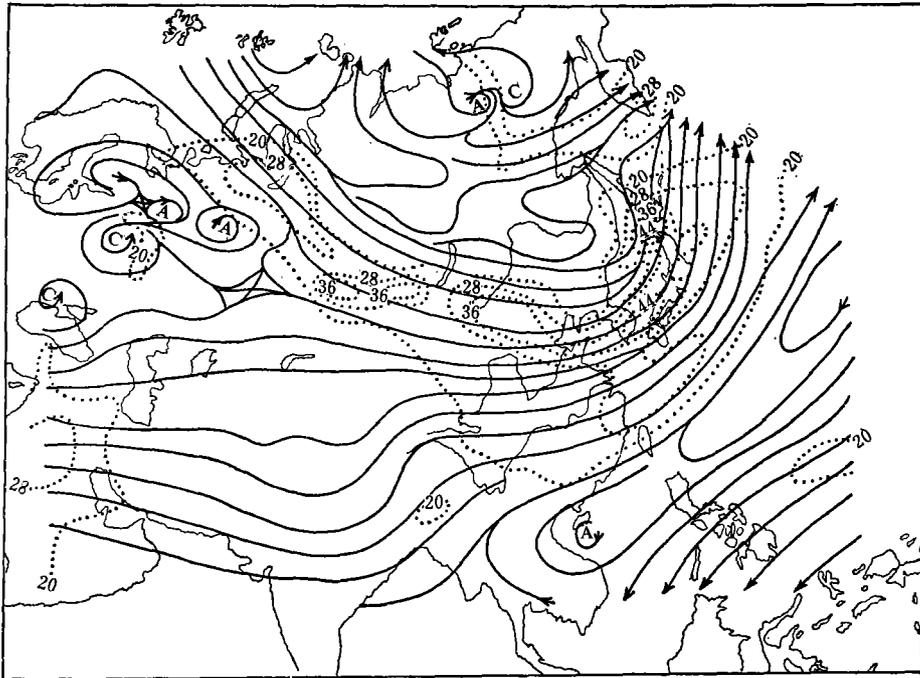


图 8 1978 年 12 月 2 日 08 时(北京时)500 毫巴流线、等风速线
(虚线)客观分析图

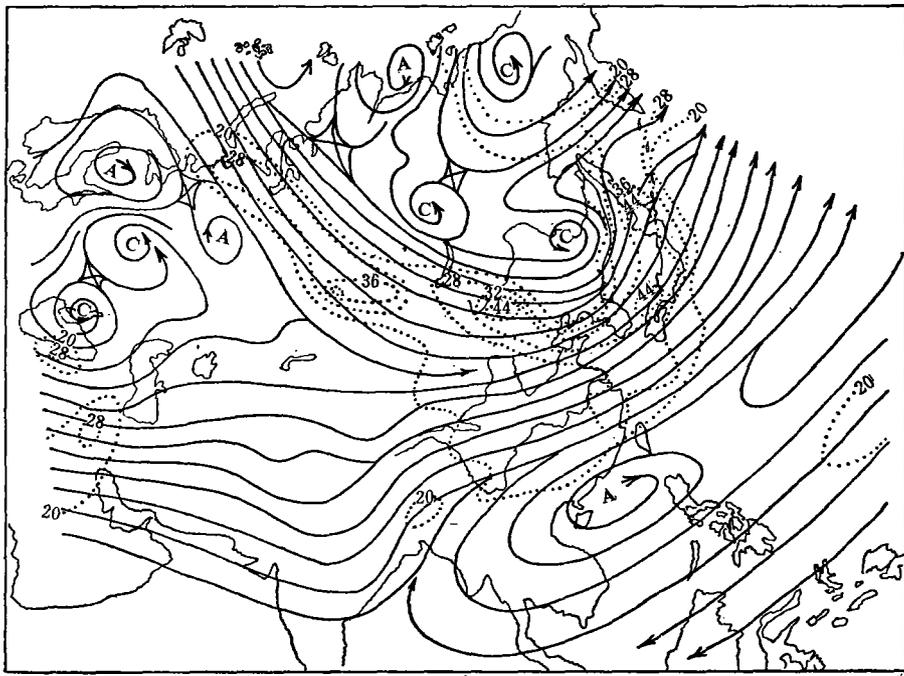


图 9 1978 年 12 月 2 日 08 时(北京时)500 毫巴流线、等风速线
(虚线)手工分析图

4. 误差分析

上面给出的风场实例, 只能定性地看出客观分析与手工分析之间的差别。这里对 1978 年 12 月 2 日一例, 在东亚范围内进行了误差分析: 将手工分析的 u, v 分别由人工读到格点上作为基准值, 用它减去客观分析值作为误差, 计算结果 u 的平均误差为 2.11 米/秒, v 的平均误差为 1.65 米/秒。最大误差出现在极值附近 u, v 梯度较大的地方, 以及正负区过渡带上。均方差由下式算出

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - X'_i)^2} \quad (8)$$

式中, $n=20 \times 17=340$ 为取样点数, X_i 代表基准, X'_i 代表客观分析值。所得的均方差 $S_u=3.47$ 米/秒, $S_v=2.46$ 米/秒。

对于合成风速的误差分析是以测站上的风速为基准, 将客观分析值由人工读到测站上, 二者进行比较, 在东亚 149 个测站上计算结果, 合成风速的平均误差为 1.26 米/秒, 均方差为 2.23 米/秒, 它比 u, v 二分量反应出来的误差还小, 这是不难理解的, 因为风的误差不仅表现在风速上, 还表现在风向上, 由于这个原因也使得合成风速的最大误差出现的地点不完全对应于 u, v 最大误差出现的地点。

应该指出, 由于风的观测误差有时和风本身的量级相当, 所以对风场拟合得好有时也不一定反映了大气的真实情况, 从这个意义上来看, 把客观分析的风场代入预报模式去考查其优劣倒也是一种途径, 这种作法又关联着模式的预报能力, 总之风场分析的检验不象等压面高度场那么单纯。

此外, 对于误差检验的手段在这里也提出一个值得讨论的问题: 如果用同一种插值办法, 把测站观测值插到格点上, 继而又把格点值插回测站, 用此二值之差定义为分析误差恐怕不妥。这样作尽管插值精度不高, 但反应出的误差却会很小, 例如在格点周围只有一个测站的情况下, 插值误差可以为零, 这显然没有反映出真正的分析误差来。

本工作陈隆助同志帮助进行了个例分析比较, 特此致谢。

参 考 文 献

- [1] 孙家昶, [样条函数及其在计算方法上的某些应用, 计算机应用与应用数学, 科学技术文献出版社重庆分社, 1974 年第 6 期。