

## 静力稳定度的能量分析\*

雷雨顺 吴正华

(中央气象局气象科学研究所)

目前,在天气分析和研究工作中,讨论强对流天气的发生条件时,对静力稳定度的使用常有混乱之处。理论上多采用条件不稳定,以铅直减温率大于湿(饱和)绝热减温率为判据;气象台业务上多使用潜在不稳定,即气块绝热上升到达某一参考高度后,其气块温度比环境空气温度高;近年来,国内又流行使用所谓“位势不稳定”,实际上是狭义地专指对流不稳定,用假相当位温  $\theta_{se}$  (即相当位温  $\theta_e$ ) 随高度的减小为判据。广义的“位势不稳定”一词在国外也广泛流行,但一般兼指对流不稳定和潜在不稳定<sup>[1]</sup>。

本文用能量分析原理推导出各种静力稳定度,并得出一个重要结论:潜在不稳定是判断潮湿大气层结稳定度的一个合适的判据。

### 1. 潜在稳定度的公式

下面从气块法出发,推导潜在稳定度判据。在静力平衡和绝热的条件下,单位质量空气的铅直运动由浮力决定,根据气块法得到的气块铅直运动方程和静力稳定度之间的关系为

$$\frac{dw}{dt} = \frac{g}{T}(T' - T) \begin{cases} < & \text{稳定} \\ = 0 & \text{中性} \\ > & \text{不稳定} \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $w$  为铅直速度;  $t$  为时间;  $g$  为重力加速度;  $T'$  为气块温度;  $T$  为环境温度。为讨论简便起见,这里已用温度代替虚温。

为了寻找气块温度  $T'$  的变化规律,我们应用总能量方程<sup>[2]</sup>,在静力平衡、无粘和绝热的假定下,单位质量空气的总能量(以下简称总比能)守恒方程可写成

$$\frac{dT_\sigma}{dt} = 0 \quad (2)$$

其中  $T_\sigma = T_D + \frac{L}{c_p} q$  (3)

$$T_D = T + \frac{g}{c_p} z \quad (4)$$

其中,  $c_p$  为定压比热;  $L$  为凝结潜热;  $q$  为比湿;  $T_D$  为干空气总比能温度;  $T_\sigma$  为湿空气总比能温度。又特别定义饱和湿空气总温度  $T_\sigma^*$

$$T_\sigma^* = T_D + \frac{L}{c_p} q_s \quad (5)$$

\* 本文于 1979 年 1 月 10 日收到, 1980 年 1 月 16 日收到修改稿。

$$\text{显然} \quad T_{\sigma}^* - T_{\sigma} = \frac{L}{c_p}(q_s - q) \quad (6)$$

$q_s$  为饱和比湿。( $T_{\sigma}^* - T_{\sigma}$ ) 表示单位质量空气在等压等温条件下, 由未饱和 (比湿为  $q$ ) 达到饱和时, 所应补充的潜热能所相当的温度, 简称为“饱和能差”。

设一气块由起始高度  $z_0$  上升到参考高度  $z$ , 其状态由  $(z_0, T_0, q_0)$  变为  $(z, T', q')$ , 有

$$T_{\sigma_0} = T_0 + \frac{g}{c_p}z_0 + \frac{L}{c_p}q_0 \quad (7a)$$

$$T'_{\sigma} = T' + \frac{g}{c_p}z + \frac{L}{c_p}q' \quad (7b)$$

$$T_{\sigma} = T + \frac{g}{c_p}z + \frac{L}{c_p}q \quad (7c)$$

这里  $T, q$  为参考高度上环境的温度和比湿。

由 (2) 式, 即能量守恒原理, 有

$$T_{\sigma_0} = T'_{\sigma} \quad (8)$$

于是得到

$$T' = \begin{cases} T_0 - \frac{g}{c_p}\delta z & T' > T_K \\ T_{\sigma_0} - \frac{g}{c_p}z - \frac{L}{c_p}q' & T' \leq T_K \end{cases} \quad (9a)$$

$$T' = \begin{cases} T_0 - \frac{g}{c_p}\delta z & T' > T_K \\ T_{\sigma_0} - \frac{g}{c_p}z - \frac{L}{c_p}q' & T' \leq T_K \end{cases} \quad (9b)$$

其中  $T_K$  为气块在凝结高度上的温度,  $\delta z = z - z_0$ 。

因此

$$T' - T = \begin{cases} -\frac{\partial T_D}{\partial z} & T' > T_K \\ \frac{1}{1 + \frac{L}{c_p} \frac{\partial q_s}{\partial T}} (T_{\sigma_0} - T_{\sigma}^*) & T' \leq T_K \end{cases} \quad (10a)$$

$$T' - T = \begin{cases} -\frac{\partial T_D}{\partial z} & T' > T_K \\ \frac{1}{1 + \frac{L}{c_p} \frac{\partial q_s}{\partial T}} (T_{\sigma_0} - T_{\sigma}^*) & T' \leq T_K \end{cases} \quad (10b)$$

根据 (1) 式和 (10) 式, 对于被迫上升气块的稳定度, 可分为两种情形:

1) 抬升后气块并未饱和, 定义干静力稳定度

$$\sigma_D = \frac{g}{T} \frac{\partial T_D}{\partial z} \begin{matrix} > \\ = 0 \\ < \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{干静力} & \text{稳定} \\ & \text{中性} \\ & \text{不稳定} \end{matrix} \quad (11)$$

即

$$\gamma = \gamma_d \begin{matrix} > \\ = \\ < \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{干静力} & \text{稳定} \\ & \text{中性} \\ & \text{不稳定} \end{matrix} \quad (11')$$

其中,  $\gamma = -\frac{\partial T}{\partial z}$ ,  $\gamma_d = \frac{g}{c_p}$ 。

2) 抬升后气块达到饱和, 定义潜在稳定度  $\sigma_L$ , 考虑到  $\frac{\partial q_s}{\partial T} > 0$ ,

并取

$$A = \frac{\xi}{T \left( 1 + \frac{L}{c_p} \frac{\partial q_s}{\partial T} \right)},$$

则有

$$\sigma_L = \frac{A}{\Delta z} (T_{\sigma}^* - T_{\sigma_0}) \begin{matrix} > \\ = 0 \\ < \end{matrix} \begin{matrix} \text{稳定} \\ \text{中性} \\ \text{不稳定} \end{matrix} \quad (12)$$

## 2. 两个重要推论

### 1) 条件不稳定和潜在不稳定的关系

对于潜在不稳定的情形, (12) 式可以写成

$$\sigma_L = \frac{A \delta T_{\sigma}^*}{\delta z} + \frac{A}{\Delta z} (T_{\sigma_0}^* - T_{\sigma_0}) < 0 \quad (13a)$$

$$\text{即} \quad -\frac{\delta T_{\sigma}^*}{\delta z} > \frac{1}{\Delta z} (T_{\sigma_0}^* - T_{\sigma_0}) \quad (13b)$$

我们知道, 如文献[3]中, 条件不稳定可写做

$$\sigma_s = A \frac{\delta T_{\sigma}^*}{\delta z} < 0 \quad (14)$$

因此, 由 (12)–(14) 式得到一个重要推论: 潜在不稳定大气必为条件不稳定的, 但条件不稳定大气只有在气块起始高度和参考高度的饱和总温度差 ( $T_{\sigma_0}^* - T_{\sigma}^*$ ) 大于起始高度的饱和能差 ( $T_{\sigma_0}^* - T_{\sigma_0}$ ) 时, 才是潜在不稳定的。

这个结论是和这两种稳定度定义是一致的。推导潜在稳定度时, 并不要求气块在起始高度饱和, 只要它抬升凝结以后释放的潜热使气块温度高于环境温度, 就是潜在不稳定的; 但在推导条件不稳定时, 假定气块一开始抬升就是饱和的, 因此 (10a) 式不存在, 且 (10b) 式中  $T_{\sigma_0} = T_{\sigma_0}^*$ , 故由 (10b) 式和 (1) 式直接得到 (14) 式。

若饱和大气是条件稳定的, 即  $\sigma_s > 0$ , 则称其为绝对稳定。总之, 有判据

$$\sigma_s = A \frac{\delta T_{\sigma}^*}{\delta z} \begin{matrix} > \\ = 0 \\ < \end{matrix} \begin{matrix} \text{绝对稳定} \\ \text{中性稳定} \\ \text{条件不稳定} \end{matrix} \quad (15)$$

一般来说, 条件不稳定并不予兆强烈天气, 只有当低层强烈辐合以及伴随着急剧增能, 使条件不稳定转化为潜在不稳定时, 才能发生强烈天气。

### 2) 对流不稳定和潜在不稳定的关系

由 (12) 式, 还可以把潜在不稳定写成

$$\sigma_L = A \frac{\partial T_{\sigma}}{\partial z} + \frac{A}{\Delta z} (T_{\sigma}^* - T_{\sigma}) < 0 \quad (16)$$

$$\text{即} \quad -\frac{\partial T_{\sigma}}{\partial z} > \frac{1}{\Delta z} (T_{\sigma}^* - T_{\sigma}) \quad (17)$$

而由文献[3], 对流稳定度可写成

$$\sigma_c = \frac{\partial T_{\sigma}}{\partial z} \begin{matrix} > \\ = 0 \\ < \end{matrix} \begin{matrix} \text{对流} \\ \text{对流} \\ \text{对流} \end{matrix} \begin{matrix} \text{稳定} \\ \text{中性} \\ \text{不稳定} \end{matrix} \quad (18)$$

由 (16)–(18) 式得到重要推论：大气层结对流不稳定是存在潜在不稳定的必要条件，但只有气块和参考高度环境的总温度之差 ( $T_{\sigma_0} - T_{\sigma}$ ) 大于参考高度的饱和能差 ( $T_{\sigma_0}^* - T_{\sigma}$ ) 时，大气才是潜在不稳定的。

实际上，在使用  $\frac{\partial T_{\sigma}}{\partial z}$  (或  $\frac{\partial \theta_{se}}{\partial z}$ )  $< 0$  为对流不稳定判据时，是要求整层抬升达到饱和后，有  $\gamma > \gamma_m$ 。这时，实际上出现了真实的饱和空气条件不稳定，也即是出现潜在不稳定。然后，该层底部的空气块自由对流上升，实现对流运动。目前常用 850–500 毫巴层的  $\theta_{se}$  之差为判据，但若 850 毫巴  $\theta_{se}$  稍大于 500 毫巴  $\theta_{se}$ ，而 500 毫巴暖且干时，则需要很强的抬升（例如要把 500 毫巴层抬升到 200–300 毫巴高度），才能实现对流不稳定。这种苛刻的条件在实际大气中很难实现。因此，这时的对流不稳定往往是不真实的。实践经验表明，在大气经常处于对流不稳定的夏季，如果辐合或平流等作用使得对流层中层的空气接近于饱和，使对流不稳定转化为潜在不稳定，就常容易发生强对流天气，这同 (17) 式的结论一致。

### 3. 应用问题

以上由能量守恒原理得到的四种静力稳定度 ( $\sigma_D, \sigma_L, \sigma_s$  和  $\sigma_e$ ) 表达式，为利用几种总比能温度 ( $T_D, T_{\sigma}$  和  $T_{\sigma}^*$ ) 简明形象地分析大气静力稳定度提供了依据。

#### 1) $T_D$ 廓线

利用  $T_D$  廓线 (见图 1) 和 (11) 式可直接判断大气层结的干静力稳定度  $\sigma_D$  随高度的变化。

#### 2) $T_{\sigma}^*$ 廓线

根据 (15) 式还可用图 1 中  $T_{\sigma}^*$  廓线直接分析大气各层的条件稳定度。

我们取  $\gamma = 0.6^{\circ}\text{C}/100$  米、地面为海平面，由能量查算表<sup>[4]</sup> 给出对应不同的地面温度  $T_0^0$  时的  $T_{\sigma}^*$  廓线 (图 2)。由图可见，在夏半年，中纬度大气经常是条件不稳定的 ( $T_0$  常大于  $20^{\circ}\text{C}$ )，因此用条件不稳定做为发生强对流的条件显然太低了。

#### 3) $T_{\sigma}$ 廓线

根据 (18) 式和图 1 中  $T_{\sigma}$  廓线，可以形象地看到大气层对流稳定度的铅直变化。

考虑到  $\frac{\partial T_{\sigma}}{\partial z} = \gamma_a - \gamma - \gamma_q$ ，其中  $\gamma_q = -\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{L}{c_p} q \right)$ ，在最简单情形下取  $q = q_0 e^{-\beta z}$ ，于是，

得到  $T_{\sigma}$  的极值 (即  $\frac{\partial T_{\sigma}}{\partial z} = 0$ ) 的高度——对流不稳定层顶为

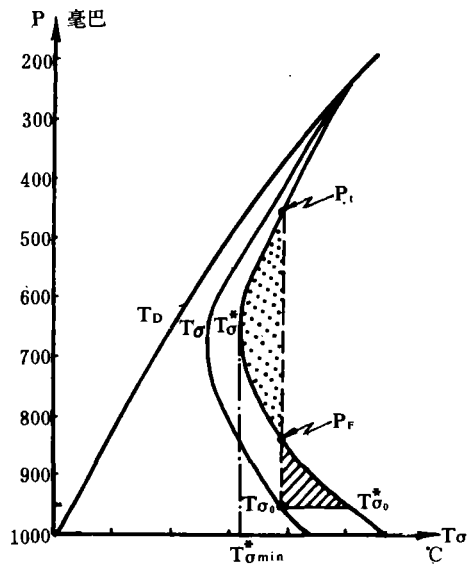


图 1  $T_D, T_{\sigma}, T_{\sigma}^*$  廓线和潜在不稳定区 (点影区) 示意图 (图中虚线为过程曲线)

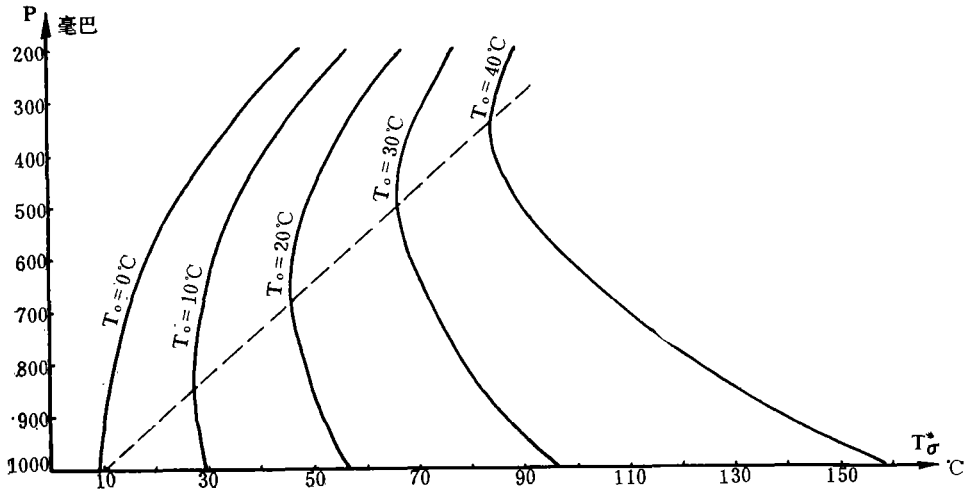


图 2  $\gamma=0.6^\circ\text{C}/100$  米时，不同地面温度  $T_0$  所对应的  $T^*$  廓线

$$z_{lim} = \frac{1}{\beta} \ln \frac{\beta \frac{L}{c_p} q}{\gamma_d - \gamma} \tag{19}$$

取  $\gamma_d - \gamma = 0.4^\circ\text{C}/100$  米，地面为海平面，地面露点温度为  $T_d$ ， $\beta = \frac{1}{3000}$ ，由 (19) 式算出不同  $T_d$  值下的对流不稳定层顶，如表 1。由表 1 可见，中纬度的夏半年（例如  $T_d \geq 17^\circ\text{C}$ ），在对流层中下层经常是对流不稳定的。因此，有些人把对流不稳定做为暴雨发生的条件，也显然太低了。

表 1 不同  $T_d$  所对应的对流不稳定层顶高度

$T_d$ ( $^\circ\text{C}$ )	1.0	6.6	10.9	17.1	21.7	25.3	28.4
$\frac{L}{c_p} q$ ( $^\circ\text{C}$ )	10	15	20	30	40	50	60
$z_{lim}$ (米)	-546	669	1530	2748	3780	4278	4827

注：表中负值表示不存在对流不稳定层。

#### 4) 潜在稳定度

图 1 提供了分析大气潜在稳定度的一种简便方法。根据 (2) 式，通过起始点  $T_{\sigma_0}$  的直线（图 1 中虚线）可看做  $z_0$  处上升气块的过程曲线，而唯一由各高度的温度决定的  $T_{\sigma}^*$  廓线，可看做层结曲线，这两条曲线的首、末交点，即为自由对流高度  $P_f$  和对流上限  $P_i$ 。分别用  $w\delta t$  和  $\delta z$  乘 (1) 式等号的两端，并用 (10 b) 式得到

$$\frac{1}{2} w^2 = \frac{-R}{1 + \frac{L}{c_p} \frac{\partial q_s}{\partial t}} \int_{P_f}^{P_i} (T_{\sigma_0} - T_{\sigma}^*) d \ln P \tag{20}$$

在  $(T_{\sigma} - \ln P)$  图上， $T_{\sigma_0}$  和  $T_{\sigma}^*$  包围的正面积，便可决定有利于对流发展的潜在不稳定能量的大小（图 1 中点影区），而负面积（图 1 中斜线区）则表示气块到达  $P_f$  所需的启动能量的大小，即对流发生的触发条件。

由图 1 和 (17) 式, 不论对流不稳定有多大, 只有当  $T_{\sigma_0} > T_{\sigma_{\min}}^*$  时, 才是潜在不稳定的。这里,  $T_{\sigma_{\min}}^*$  为  $T_{\sigma}^*$  廓线最小值。由图 2, 可以得到  $T_{\sigma_{\min}}^*$  与地面温度  $T_0$  的经验公式

$$T_{\sigma_{\min}}^* = 1.9 T_0 + 8^\circ\text{C} \quad (21)$$

由 (21) 式可以算出在给定地面气块的温度  $T_0$  之后, 出现潜在不稳定的最低露点  $T_{d_{\min}}$  和  $T_{\sigma_{\min}}$  值, 如表 2。可见, 出现潜在不稳定的条件是不容易达到的, 这和上一节的推论

表 2 当  $r=0.6^\circ\text{C}/100$  米时, 地面  $T_0$  与  $T_{d_{\min}}$  和  $T_{\sigma_{\min}}$  的关系

$T_0$ ( $^\circ\text{C}$ )	10	15	20	25	30	35	40
$T_{d_{\min}}$ ( $^\circ\text{C}$ )	8	12	15	18	20	22	23
$T_{\sigma_{\min}}$ ( $^\circ\text{C}$ )	27	37	46	56	65	75	84

注: 表中数字均取整数。

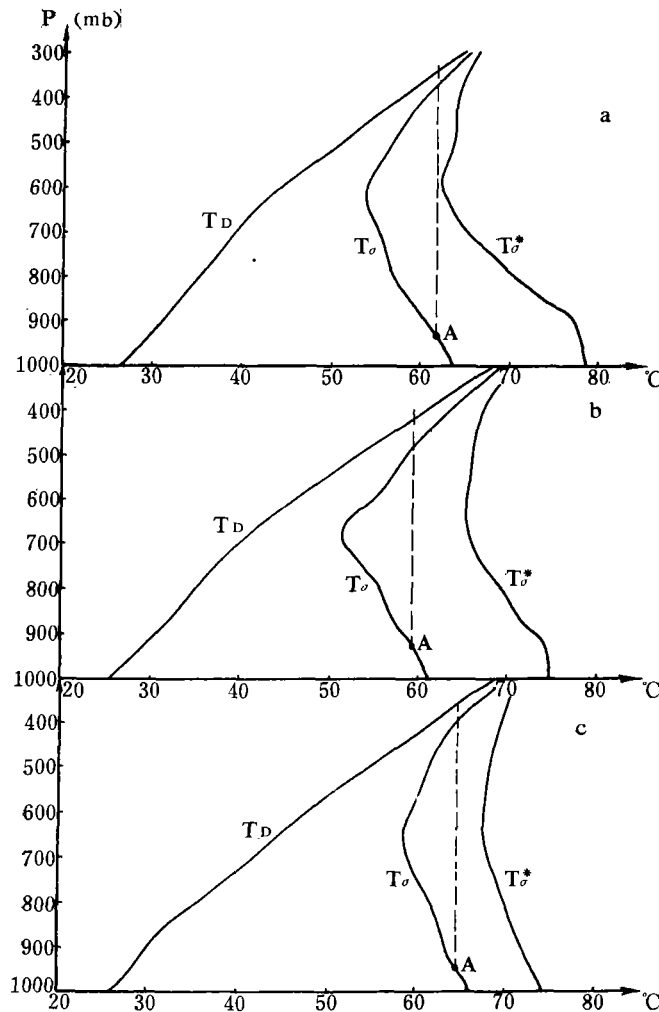


图 3 a 北京 (7 月); b 汉口 (6 月); c 广州 (5 月) 的多年月平均能量廓线

一致。实际分析北京等地夏季每日探空资料发现,尽管  $T_{\sigma}$  和  $T_{\sigma}^*$  廓线在对流层中下层经常表现为对流不稳定和条件不稳定,但出现潜在不稳定的机会较少,和它相联系的强对流天气也确是小概率事件。图 3 给出了我国几个测站的多年月平均能量廓线,也说明月平均图上虽然存在对流不稳定和条件不稳定,但均不存在潜在不稳定。

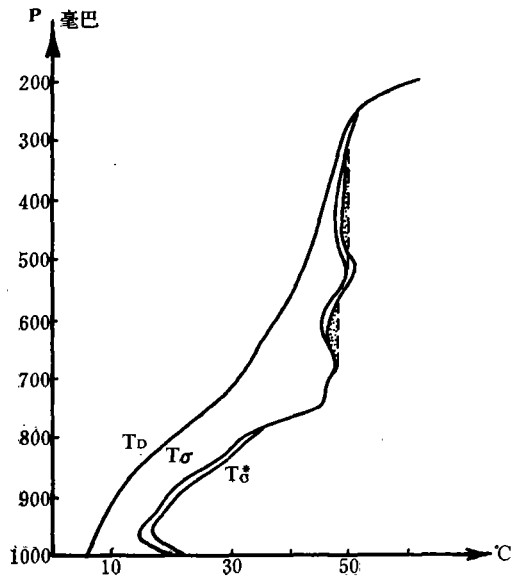


图 4 1976 年 2 月 15 日 08 时宜昌能量廓线

500—400 毫巴层出现了微弱的潜在不稳定,这与后来发生的高空雷暴密切相关。

在图 3 中,我们把  $T_{\sigma}$  取为最低的 100 毫巴厚度层的平均值(如图中 A 点)。在每日分析中,  $T_{\sigma}$  值还应根据启动条件以及边界层的层结情况来确定。特别要指出,尽管夏季深厚强对流云中的气块一般是在行星边界层,但有时,对流云的气块起点,也可以在对流层中上层,可选在对流稳定转为不稳定的转折点上。图 4 是在一次寒潮中,湖北宜昌出现“雷打雪”前的能量廓线,表明:在 700—600 毫巴层和

500—400 毫巴层出现了微弱的潜在不稳定,这与后来发生的高空雷暴密切相关。

#### 4. 结 语

在一些理论和天气学研究中,简单地用条件稳定度或对流稳定度(狭义的位势稳定度)判别强对流天气的发生条件是欠妥的,夏季中纬度大气几乎是经常具有这两种不稳定性质。而潜在不稳定,不仅要求大气是条件不稳定或对流不稳定的,还要求低层或中层的空气比较接近饱和。所以它出现的机率小,一旦出现,就往往有强对流天气发生。因此,建议今后应用它做为夏半年湿空气静力稳定度的主要判据。

本文曾承杜行远、廖洞贤、姜达雍和陈受钧同志提出宝贵意见,谨致谢意。

#### 参 考 文 献

- [1] Palmen, E. and C. W. Newton, AtmosPheric Circulation Systems, Academic Press., 1969.
- [2] 雷雨顺、吴宝俊、吴正华, 大气科学, 2 (1978), 297—306.
- [3] Iribarne, J. V., et al, Atmospheric Thermodynamics, D. Reidel Publishing Compang, 1973.
- [4] 中央气象局研究所一室能量天气分析组, 总温度和相当位温查算表, 气象科技资料, 1977 年能量天气分析资料附刊。