

一个直接用观测资料计算大范围散度、涡度和垂直速度的方案*

廖洞贤 王两铭 王超 张光智 张建春

(中央气象局气象科学研究所)

提 要

提出了一个直接用观测资料,便于用电子计算机计算大范围散度、涡度和垂直速度的方案。还提出了计算某些物理量的梯度、平流和通量的方法。对于在垂直方向不均匀分层的计算,垂直边界条件个数和连续方程不协调的问题,以及在地形起伏的山地如何计算垂直速度等问题,也作了初步讨论。最后,用一次华南大范围降水的例子进行了计算,结果和预报员经验还比较一致。

一、引 言

计算大范围散度、涡度和垂直速度有很多方法。但应用最广的是连续方程法和准地转 ω 方程法。根据丁士晟^[1]和D. G. 文森特等^[2]的计算,如采用O'Brien^[3]的订正法,则前者的结果比后者合理。

不过,考虑用连续方程法,一般都是在均匀网格上进行,必须用客观分析或人工插值,因而,资料的精度会降低,还会花费额外的时间。虽然,1949年Bellamy^[4]曾给出过直接用测风记录计算散度、涡度和垂直速度的方法,但它只适合于手算,计算较大范围就很麻烦。看来还须另找途径。

针对上述问题,作者提出了一个不用客观分析而直接用观测资料(当然,资料还是须要经过处理的)计算大范围散度、涡度和垂直速度的方案。下面将给出较详细的计算方法。

二、准备工作

1. 化经纬度为直角网格坐标

1) 极射赤面投影

令北极为原点,90°E—90°W为 y -轴,0°—180°E为 X -轴(图1),则测站位置(λ , φ)和网格坐标(i , j)的关系是

$$i = -C \cos \lambda, \quad j = -C \sin \lambda$$

其中 λ , φ 各是经度和纬度; $C = \frac{1}{d} (1 + \sin 60^\circ) Re \cdot \left(\frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right)^{1/2}$; d 是网格距; $x = id$,

* 本文于1979年6月25日收到,1979年11月26日收到修改稿。

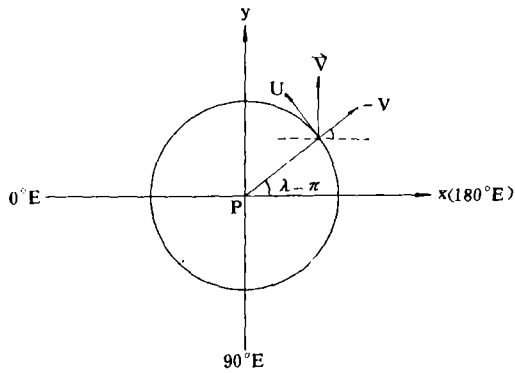


图 1 极射赤面投影图上的直角坐标

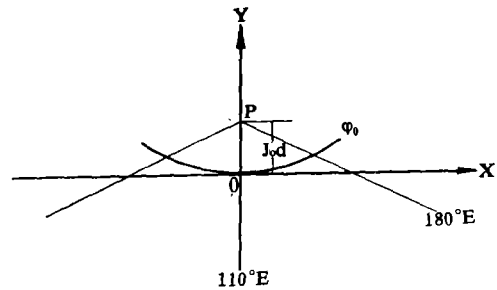


图 2 双标准兰勃托投影上的直角坐标

$y = jd$; Re 是地球平均半径, $Re = 6371$ 公里。

2) 双标准兰勃托投影

取 (λ_0, φ_0) 为原点, P 为北极, $110^\circ E$ 为 Y -轴, 与 φ_0 纬线相切的直线为 X -轴(图 2), 于是

$$i = A \tan^n \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) \sin n \left(\lambda - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$j = -A \tan^n \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) \cos n \left(\lambda - \frac{\pi}{2} \right) + j_0$$

其中 A, n 在标准纬度为 $30^\circ, 60^\circ$ 时, 各等于 38.0786 和 0.7156 。如取 $\varphi_0 = 30^\circ$, 则 $j_0 = 25.7024$ 。

3) 麦卡托投影

如取原点为 $\left(\frac{\pi}{2}, 0 \right)$, $90^\circ E$ 为 y -轴, 赤道为 X -轴, 则有

$$i = \frac{Re}{d} \left(\lambda - \frac{\pi}{2} \right), \quad j = \frac{Re}{d} \ln \tan \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right)$$

2. 把观测的风化为网格坐标上的值

设测站所测的风向、风速各为 α, V , 则向东和向北的分量 \hat{u}, \hat{v} 各是

$$\hat{u} = V \cos \left(\frac{3}{2} \pi - \alpha \right) \quad (2.1)$$

$$\hat{v} = V \sin \left(\frac{3}{2} \pi - \alpha \right) \quad (2.2)$$

如沿 x 和 y 方向的风的分量各是 u, v , 则对极射赤面投影、双标准兰勃托投影和麦卡托投影, 我们各有

$$(1) \quad u = -(j\hat{u} + i\hat{v}) / \sqrt{i^2 + j^2} \quad (2.3)$$

$$v = -(j\hat{v} - i\hat{u}) / \sqrt{i^2 + j^2} \quad (2.4)$$

$$(2) \quad u = [(j_0 - j)\hat{u} - i\hat{v}] / \sqrt{i^2 + (j_0 - j)^2} \quad (2.5)$$

$$v = [i\hat{u} + (j_0 - j)\hat{v}] / \sqrt{i^2 + (j_0 - j)^2} \quad (2.6)$$

$$(3) \quad u = \hat{u} \quad (2.7)$$

$$v = \hat{v}$$

$$(2.8)$$

三、散度和涡度的计算

1. 散度的计算

因为可以把观测网看成是由许多相邻测站所组成的三角形联结而成, 所以散度可以归结为用三角形法进行计算。设任意相邻的三个测站 P_1, P_2, P_3 的坐标分别为 $(i_1, j_1), (i_2, j_2), (i_3, j_3)$, 沿 P_1P_2, P_2P_3, P_3P_1 的平均风的分量各为 $\bar{u}_{12}, \bar{v}_{12}; \bar{u}_{23}, \bar{v}_{23}; \bar{u}_{31}, \bar{v}_{31}$ 。如沿 P_1P_2 等线段的风用下标 s 表示, 其外法线方向的风用下标 n 表示(图 3), 则

$$v_{s12} = \bar{u}_{12} \cos \beta_{12} + \bar{v}_{12} \sin \beta_{12} \quad (3.1)$$

$$v_{n12} = \bar{u}_{12} \sin \beta_{12} - \bar{v}_{12} \cos \beta_{12} \quad (3.2)$$

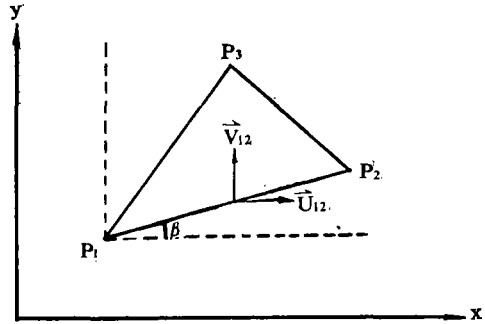


图 3 用三角形法计算散度的示意图

$$\text{因 } \text{div } \vec{V} \approx \frac{1}{\Delta S} \sum_{l_1, l_2} v_{nl_1 l_2} \cdot \overline{P_{l_1} P_{l_2}}$$

$$\text{故 } \text{div } \vec{V} \approx \frac{2\hat{m}^2}{d\bar{\Delta}S} \sum_{l_1, l_2} \frac{1}{\bar{m}_{l_1, l_2}} [\bar{u}_{l_1, l_2} (j_{l_2} - j_{l_1}) - \bar{v}_{l_1, l_2} (i_{l_2} - i_{l_1})] \quad (3.3)$$

其中 $\overline{(\quad)}_{l_1, l_2} = \frac{1}{2} [(\quad)_{l_1} + (\quad)_{l_2}]$; $\sum (\quad)$ 表示 l_1 依次取 1、2、3, l_2 依次取 2、3、1 的和; \hat{m}

表示三角形中心的 m 值; $\overline{P_{l_1} P_{l_2}} = [(i_{l_2} - i_{l_1})^2 + (j_{l_2} - j_{l_1})^2]^{\frac{1}{2}} d$; $\Delta S = \frac{d^2}{2\hat{m}^2} \bar{\Delta}S$, 是 $\Delta P_1 P_2 P_3$

的面积

$$\bar{\Delta}S = \begin{vmatrix} 1 & i_1 & j_1 \\ 1 & i_2 & j_2 \\ 1 & i_3 & j_3 \end{vmatrix}$$

2. 涡度的计算

用和上面类似的方法, 涡度 ζ 可表示为

$$\zeta \approx \frac{1}{\Delta S} \oint v_s ds$$

所以, 用(3.1)式中的 v_s 代入上式, 则

$$\zeta = \frac{2\hat{m}^2}{d\bar{\Delta}S} \sum_{l_1, l_2} \frac{1}{\bar{m}_{l_1, l_2}} [\bar{u}_{l_1, l_2} (i_{l_2} - i_{l_1}) + \bar{v}_{l_1, l_2} (j_{l_2} - j_{l_1})] \quad (3.4)$$

四、垂 直 速 度

1. 常用的计算方法和存在的问题

在气压坐标中, 连续方程可以写作

$$\frac{\partial \omega}{\partial p} + D = 0 \tag{4.1}$$

对 p 积分, 则在地面气压

$$p = p_s \text{ 处, 当 } \omega = \omega_s \tag{4.2}$$

时, ω 可表示成

$$\omega = \omega_s + \int_p^{p_s} D dp \tag{4.3}$$

这里 $D = \text{div } \vec{V}$ 。用(4.3)式求得的 ω , 在对流层上部或平流层内往往偏大, 以致不便应用, 这是个困难。为此, 有人^{[3], [5]}提出了“订正法”和“升阶法”。下面我们将分别予以讨论。

2. 订正法

把接近大气顶的等压面 p_0 到地面 p_s 之间的大气分为 $2N$ 等分, $p_k - p_0 = K \Delta p$, $K = 0, 1 \dots 2N$; 把 ω 写在偶数层, u, v 写在奇数层(图 4), 则(4.3)式的差分形式可以写成

$$\omega_K = \omega_s + \sum_{k'=k+1}^{2N-1} 2D_{k'} \cdot \Delta p$$

如这样求得的在 p_0 处的 ω 值为 ω_0 , 则订正后有

$$\omega'_k = \omega_s + \sum_{k'=k+1}^{2N-1} 2D_{k'} \cdot \Delta p - \frac{p_s - p_k}{p_s - p_0} \omega_0 \tag{4.4}$$

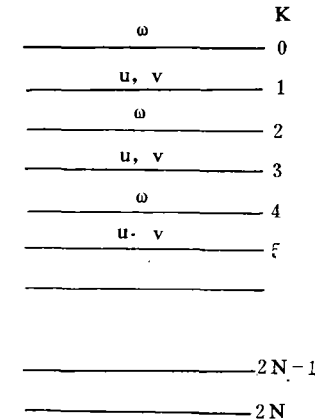


图 4 模式大气的垂直分层

这样作等于强令垂直速度在 $p = p_0$ 处为零。这看来和天气实际比较接近。但其理论基础尚不清楚。

3. 升阶法

在数值天气预报中, 在 $p = p_0$ 处常假设

$$\omega_0 = 0 \tag{4.5}$$

由于连续方程是一阶的, 只要一个边界条件就可定解, 因而, 条件(4.2)和(4.5)一般不能同时满足。为此, Shuman^[5]等曾对 σ -坐标的连续方程用升阶的方法。如对方程(4.1)再对 p 微商一次, 则有

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = -\frac{\partial D}{\partial p} \tag{4.6}$$

上述方程是二阶的。在条件(4.2)和(4.5)下, 如已知 u, v 的分布, 可以求出唯一的解。

方程(4.6)的差分形式是

$$\omega_{k+2} + \omega_{k-2} - 2\omega_k = -2\Delta p (D_{k+1} - D_{k-1}) = \Delta_k, \quad k \neq 2N-2 \tag{4.7}$$

当 $k = 2N-2$ 时, $\Delta_{2N-2} = -2\Delta p (D_{2N-1} - D_{2N-3}) - \omega_s$ 。

这时, 如令 $a_2 = -\frac{1}{2} \Delta_2$, $b_2 = -\frac{1}{2}$,

$$a_k = \frac{\Delta_k - a_{k-2}}{-(b_{k-2} + 2)}, \quad b_k = -\frac{1}{b_{k-2} + 2},$$

则

$$\omega_k = a_k - b_k \omega_{k+2}, \quad \omega_{2N-2} = a_{2N-2} \quad (4.8)$$

4. 升阶法和一般方法等价的条件

虽然，从形式上看，升阶法解决了边界条件和连续方程的矛盾，但升阶法求得的解和连续方程在条件(4.2)或(4.5)下求得的解是否等价，或在什么条件下等价的问题则是应当讨论的。

我们先看

$$\omega_s = - \int_{p_0}^{p_s} D dp \quad (4.9)$$

的情形。

可以证明，在(4.9)的情况下，方程(4.1)在条件(4.5)下的解 ω_1 必满足方程(4.6)。反之，在条件(4.9)下，满足条件(4.5)的方程(4.6)的解 ω_2 必满足方程(4.1)。

证：因

$$\frac{\partial \omega_1}{\partial p} = -D,$$

$$\frac{\partial^2 \omega_1}{\partial p^2} = -\frac{\partial D}{\partial p}$$

反之，如 ω_2 是方程(4.6)在条件(4.5)、(4.9)下的解，对方程(4.6)积分，则可得到

$$\omega_2 = - \int_{p_0}^p D dp + C_1(x_1 y) p + C_2(x, y)$$

当 $p = p_0$ 时， $\omega_2 = 0$ ； $p = p_s$ 时， $\omega = \omega_s$ ，故 $C_1 = C_2 = 0$ ，

$$\omega_2 = - \int_{p_0}^p D dp$$

显然， ω_2 满足方程(4.1)。

对于

$$\omega_s = - \int_{p_0}^{p_s} D dp \quad (4.10)$$

的情形，因从方程(4.1)和条件(4.5)有

$$\omega_s = - \int_{p_0}^{p_s} D dp$$

这显然和(4.10)是矛盾的。所以，在条件(4.5)下，方程(4.1)的解和在条件(4.2)、(4.5)下，方程(4.6)的解只有在条件(4.9)下，才是等价的。

当然，在实际工作中，条件(4.9)并不总能满足。但从其所满足的程度，我们可以估计这两种提法求得的解的差别。

5. 对垂直方向不等距分层的积分

可以分两种情形讨论。

1) 订正法

如图 5 所示。用 1, 2, ..., 7 分别表示 100, 200, ..., 1000 mb 等压面。其上的散度分别为 D_1, D_2, \dots, D_7 ；在其各相邻面之间的中间面上的散度，分别用 $\hat{D}_1, \hat{D}_2, \dots, \hat{D}_6$ 近似表示。其中 $\hat{D}_k = (D_k + D_{k+1})/2$ 。于是，

$$\omega_k = \sum_{k'=k}^6 \hat{D}_{k'} \cdot \Delta p_{k'} + \omega_s - \frac{p_s - p_k}{p_s - p_1} \omega_1 \quad (4.11)$$

其中 $\Delta p_{k'} = p_{k+1} - p_k$ ； $\omega_1 = \sum_{k'=1}^6 \hat{D}_{k'} \cdot \Delta p_{k'} + \omega_s$ 注意，这样

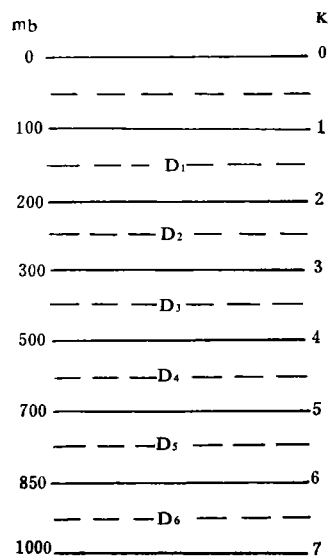


图 5 计算散度的层次

订正等于强令 $p=p_1$ 处 ω 的值为零。

2) 升阶法

方程(4.6)的差分形式可以写成¹⁾

$$\mu_{k,k-1}\omega_{k-1} - \mu_{k,k}\omega_k + \mu_{k,k+1}\omega_{k+1} = \hat{\Delta}_k \quad (4.12)$$

其中 $\mu_{k,k-1} = 2/(p_{k-1}-p_k)(p_{k-1}-p_{k+1})$

$$\mu_{k,k} = 2/(p_k-p_{k-1})(p_k-p_{k+1})$$

$$\mu_{k,k+1} = 2/(p_{k+1}-p_{k-1})(p_{k+1}-p_k)$$

$$\hat{\Delta}_k = \nu_{k-1}D_{k-1} + \nu_k D_k + \nu_{k+1}D_{k+1}, \quad (k \neq 6)$$

$$\hat{\Delta}_6 = \nu_5 D_5 + \nu_6 D_6 + \nu_7 D_7 - \mu_{6,7}\omega_6$$

$$\nu_{k-1} = (p_k - p_{k+1}) / (p_{k-1} - p_k)(p_{k-1} - p_{k+1})$$

$$\nu_k = (2p_k - p_{k-1} - p_{k+1}) / (p_k - p_{k-1})(p_k - p_{k+1})$$

$$\nu_{k+1} = (p_k - p_{k-1}) / (p_{k+1} - p_{k-1})(p_{k+1} - p_k)$$

方程组(4.12)可以用和前面求解(4.7)的方法求解, 但这时须令

$$a_2 = -\hat{\Delta}_2 / \mu_{2,2}, \quad b_2 = -\mu_{2,3} / \mu_{2,2},$$

$$a_k = -(\hat{\Delta}_k - \mu_{k,k-1}a_{k-1}) / (\mu_{k,k-1}b_{k-1} + \mu_{k,k}),$$

$$b_k = -\mu_{k,k+1} / (\mu_{k,k-1}b_{k-1} + \mu_{k,k})$$

$$\omega_k = a_k - b_k \omega_{k+1}, \quad (k=2, 3, \dots, 5)$$

$$\omega_6 = a_6$$

五、对其他一些物理量的计算

1. 通量

设 A 表示某物理量, 则在任一 $\Delta P_1 P_2 P_3$ 内,

$$\text{div } A \vec{V} = \frac{2\hat{m}^2}{d\Delta S} \sum_{i_1, i_2} [(\overline{Au})_{i_1, i_2}(j_{i_2} - j_{i_1}) - (\overline{Av})_{i_1, i_2}(i_{i_2} - i_{i_1})] \frac{1}{\bar{m}_{i_1, i_2}} \quad (5.1)$$

2. 梯度和平流

在 $\Delta P_1 P_2 P_3$ 的中心,

$$\frac{\partial A}{\partial x} \approx \frac{1}{\Delta S} \oint_{\Gamma} A \bar{n} \cdot \vec{i} ds \approx \frac{d}{\Delta S} \sum_{i_1, i_2} \bar{A}_{i_1, i_2} (j_{i_2} - j_{i_1}), \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial A}{\partial y} \approx \frac{1}{\Delta S} \oint_{\Gamma} A \bar{n} \cdot \vec{j} ds \approx -\frac{d}{\Delta S} \sum_{i_1, i_2} \bar{A}_{i_1, i_2} (i_{i_2} - i_{i_1}) \quad (5.3)$$

在线性分布情况下, 在 $\Delta P_1 P_2 P_3$ 中心的风 u^*, v^* 可以表示成

$$u^* = \sum_{l=1}^3 \Pi_l u_l, \quad (5.4)$$

$$v^* = \sum_{l=1}^3 \Pi_l v_l \quad (5.5)$$

其中 $\Pi_l = \Delta_l / \Delta S$, $l=1, 2, 3$ 。

1) 这里如用 $\ln p$ 代替 p 作垂直坐标, 可能效果较好。

$$\Delta_1 = \frac{d^2}{2} \begin{vmatrix} 1 & i^* & j^* \\ 1 & i_2 & j_2 \\ 1 & i_3 & j_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta_2 = \frac{d^2}{2} \begin{vmatrix} 1 & i_1 & j_1 \\ 1 & i^* & j^* \\ 1 & i_3 & j_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \frac{d^2}{2} \begin{vmatrix} 1 & i_1 & j_1 \\ 1 & i_2 & j_2 \\ 1 & i^* & j^* \end{vmatrix}$$

$$i^* = \frac{1}{3}(i_1 + i_2 + i_3), \quad j^* = \frac{1}{3}(j_1 + j_2 + j_3).$$

如考虑地图投影，还有

$$-\vec{V} \cdot \nabla A = -\frac{2\hat{m}^2}{d\Delta S} \left\{ u^* \sum_{i_1, i_2} \frac{\bar{A}_{i_1 i_2}}{\bar{m}_{i_1 i_2}} (j_{i_2} - j_{i_1}) - v^* \sum_{i_1, i_2} \frac{\bar{A}_{i_1 i_2}}{\bar{m}_{i_1 i_2}} (i_{i_2} - i_{i_1}) \right\} \quad (5.6)$$

六、在机器上的实现

由于测站分布很不规则，用前面的方法编制程序，比一般在均匀网格情况下要复杂一些，有必要把在机器上实现的方法简要说明一下。

首先，将各探空站按一定顺序编号。相邻的每三个测站组成一个三角形。三角形与三角形之间互不重叠，也无空隙(图6)。再将各三角形按一定序列编号。依照这个序列，将每个三角形所包括的三个测站的号码按逆时针方向依次写成一个数组。电子计算机在计算时是按三角形的序列编号一个一个地进行，而每个三角形所包括的三个固定测站由上述数组给出。如遇缺测，则须用其周围测站值内插。所以，只要初始数据是按测站编号的顺序输入，则所有物理量都可以按前面的公式进行计算。

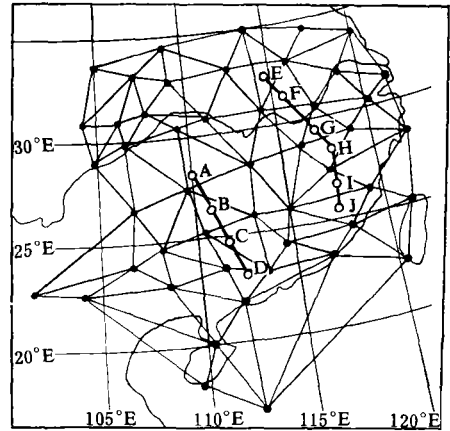


图6 测站和三角形分布
(其中空圆圈联线是剖面位置)

七、实例计算

根据上面的方法，我们计算了散度、涡度和垂直速度。计算垂直速度用的是(4.11)式，取 $\omega_s = 0$ 。

我们计算了1977年6月19日华南一次暴雨的例子。

计算时使用的是该日08时(北京时，以下同)的高空风。计算了1000, 850, 700, 500, 300和200 mb的涡度、散度，并计算了925, 775, 600, 400, 250和150 mb的垂直速度。

图7是1977年6月19日08时850 mb测风和假相当位温 θ_{se} 图。图中急流中心有二：一在柳州和梧州之间；一在南平附近。

从图8中可以看出，雨区呈东东北—西西南向带状，位于五岭山脉和武夷山附近地区。其中有三个暴雨中心：一在桂林东北；一在江西南城；一在福建蒲城附近。它们都处于850 mb急流中心的左侧的暖湿中心附近。暴雨中心和最大上升运动中心比较接近。

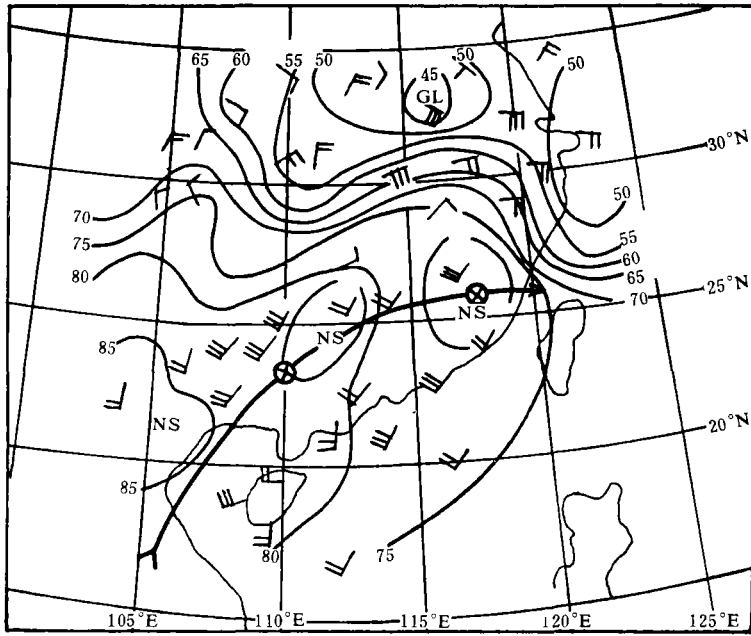


图 7 1977年6月19日08时850mb测风和 θ_{ee} (°K)图
 (实线为等 θ_{ee} 线;带箭头的实线是急流轴;⊗是急流中心;NS是 θ_{ee} 最大中心)

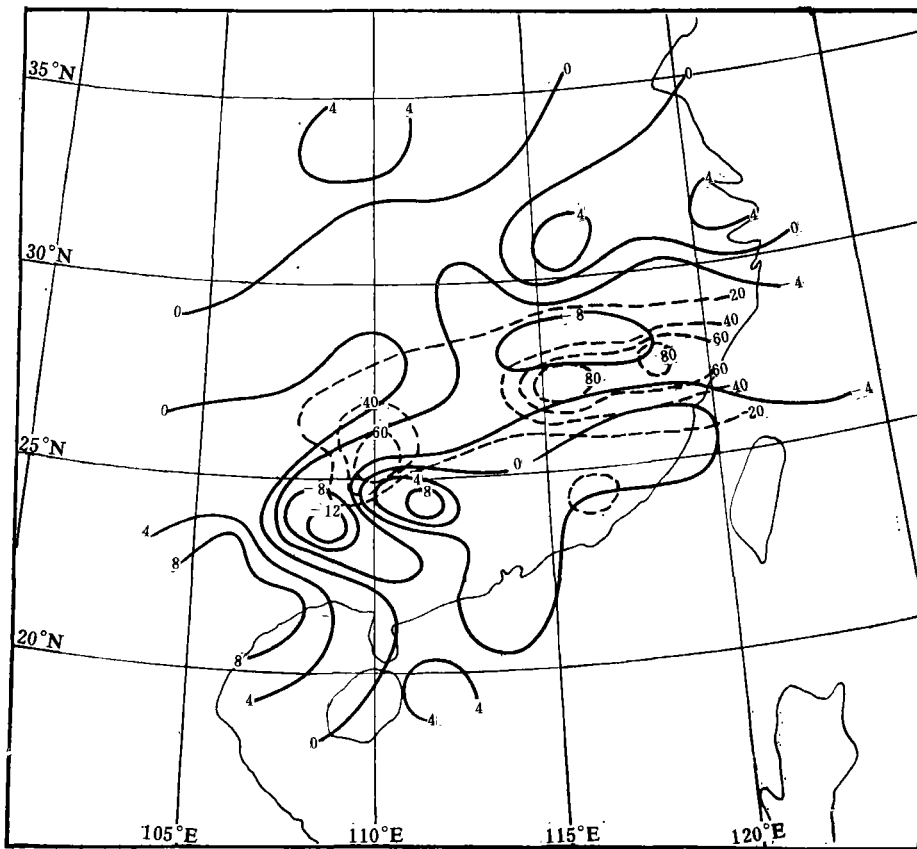


图 8 1977年6月19日08时600mb的 ω (10^{-8} 毫巴秒 $^{-1}$)分布(实线)和24小时(6月19—20日)雨量(毫米)分布(虚线)

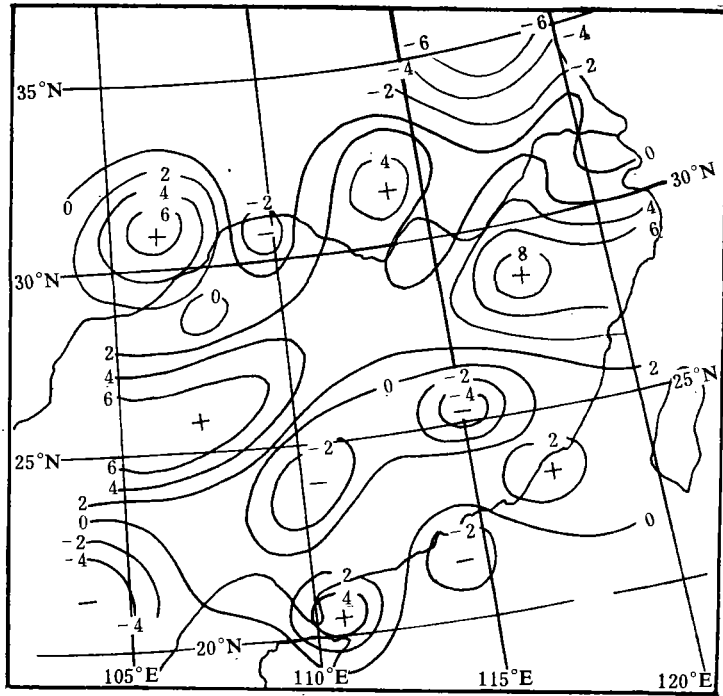


图 9 1977 年 6 月 19 日 08 时 850 毫巴相对涡度(10^{-5} 秒 $^{-1}$)分布

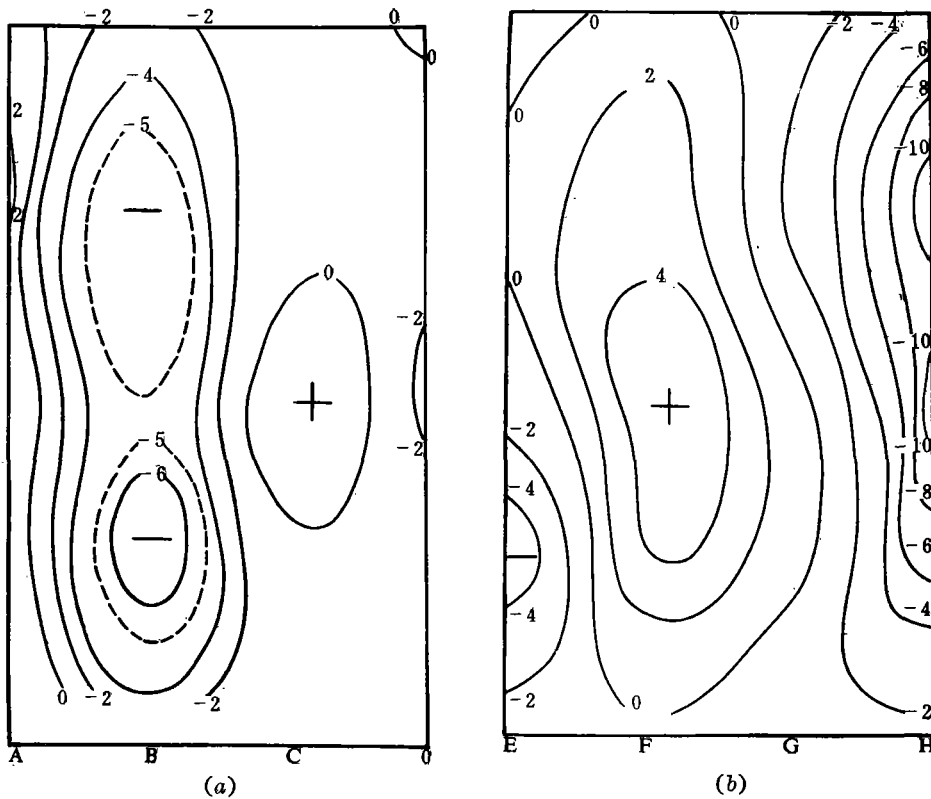


图 10 1977 年 6 月 19 日 08 时(北京时)剖面图上 ω (10^{-8} 毫巴秒 $^{-1}$)的分布(剖面位置见图 6)

从计算的各层涡度分布(如图 9, 其余略)可见, 低层涡度成带状分布, 涡度最大中心在 850 mb。正负涡度中心分别在急流轴两侧。正负中心成对出现。这说明涡度主要表现为切变涡度形式。雨区在低层正涡度平流区和高层负涡度平流很强的地区。

通过雨区和急流两侧的两个垂直运动剖面图(图 10 a和 10b)还可以看出: 不论在那个剖面, 在雨区内均是上升运动。最大上升运动各出现在 400—775 mb 和 500 mb 附近。雨区和急流轴的南侧为下沉运动区。最大值出现在 600—925 mb 和 600 mb 附近。看来, 计算结果和天气分析的经验还比较一致。

八、讨 论

在实际工作中, 应用连续方程法有两个困难: 一个是在阴天或有降水时, 有些站风速缺测; 一是在山区, 由于地形起伏, 计算 $\text{div } \vec{V}$ 不便, 因而, 也影响垂直速度的计算。下面我们就来讨论这两个问题。

1. 风速缺测的问题

如 S 站缺测, 但四周有风的记录, 则用多项式法可以插出 S 站风的值。

如缺测站不止一个, 则不妨令这些站的风速为零, 用如下方法求出这些站风的近似值。

$$\hat{u}_s^{(v+1)} = \left(\sum_{i_1=1}^{n_1} \Pi_{i_1} u_{i_1} + \sum_{i_2=1}^{n_2} \Pi_{i_2} u_{i_2}^{(v)} \right) / \left(\sum_{i_1=1}^{n_1} \Pi_{i_1} + \sum_{i_2=1}^{n_2} \Pi_{i_2} \right) \quad (8.1)$$

$$\hat{v}_s^{(v+1)} = \left(\sum_{i_1=1}^{n_1} \Pi_{i_1} v_{i_1} + \sum_{i_2=1}^{n_2} \Pi_{i_2} v_{i_2}^{(v)} \right) / \left(\sum_{i_1=1}^{n_1} \Pi_{i_1} + \sum_{i_2=1}^{n_2} \Pi_{i_2} \right) \quad (8.2)$$

其中 v 是迭代次数; n_1 是有测风的站数; n_2 是缺测风的站数; 下标 s 表示缺测站。

$$\Pi_{i_1} (\text{或 } \Pi_{i_2}) = \begin{cases} \frac{R^2 - r^2}{R^2 + r^2}, & \text{当 } r \leq R, \\ 0 & \text{当 } r > R \end{cases}$$

r 是某站距 s 的距离; R 是给定的距离。总的迭代次数可根据经验事先取定。

2. 在山区计算垂直速度的问题

如 $\frac{\partial p_s}{\partial t}$ 很小, 可以略去, 则

$$\omega_s \approx \vec{V}_s \cdot \nabla p_s$$

于是, 按方程(4.1)

$$\omega_k = \omega_s + \int_{p_k}^{p_s} \nabla \cdot \vec{V} dp = \nabla \cdot \int_{p_k}^{p_s} \vec{V} dp \quad (8.3)$$

如某三角形 $\Delta P_1 P_2 P_3$ 内有部份是山, 且三站地面位置不在同一等压面上, 则可选三角形中心上空某一不与四周的山相截且邻近地面的等压面 P_k , 先求出这三站的 $\int_{p_k}^{p_s} u dp$ 和 $\int_{p_k}^{p_s} v dp$, 按(8.3)式和前面求散度的方法求出 ω_k 。以后, 用 ω_k 代替订正法或升阶法中的 ω_s , 就可以算出其他各等压面的 ω 值了。

参 考 文 献

- [1] 吉林省气象科学研究所天气研究室、北京大学气象专业暴雨组，“比较几种计算垂直速度的方法”，《吉林科研》，1978年4月号。
- [2] D. G. 文森特等，“用运动学方法和准地转 ω 方程法计算大尺度垂直运动的比较”，《国内外暴雨专题参考资料》，（国内外暴雨的分析预报与研究）附集二，62—68，中央气象局气象科学技术情报研究所，1977。
- [3] O' Brien, J. J., "Alternative Solutions to the classical vertical velocity problem." *J. Appl. Meteor.*, 9, 197—203, 1970.
- [4] Bellamy, J. C., "Objective calculations of divergence, vertical velocity and vorticity." *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 30, №. 2, 45—49, 1949.
- [5] Shuman, F. G. and Hovermale, J. B., "An Operational six-layer primitive equation model" *J. Appl. Meteor.*, 7, №. 4, 1968.
- [6] 马吉溥，“关于计算不规则网点、矩形、正方形网点偏导数的一种统一格式”。大气科学，第2卷第2期，115—123，1978。

A DIRECT METHOD SUITABLE FOR CALCULATING DIVERGENCE, VORTICITY AND VERTICAL VELOCITY BY USE OF OBSERVATIONAL DATA

Liao Dong-xian Wang Liang-ming Wang Chao

Zhang Guang-zhi Zhang Jian-chun

(Academy of Meteorological Science, Central Meteorological Service)

Abstract

In this paper, a direct method for calculating divergence, vorticity and vertical velocity on computer, without objective analysis, is proposed. Similar technique is applicable to calculation of physical quantities, such as gradient, advection and flux.

However, in practical application, there still remain some problems to be solved, such as the inconsistency between the number of the vertical boundary conditions usually specified in an atmospheric model and the order of the equation of continuity, the problem how to calculate the vertical velocity in the case of uneven vertical resolution and the case of mountainous regions.

To tackle these problems, some preliminary methods have been suggested and the equivalency of two different formulations of vertical velocity has been discussed. The formulations are as follows.

1. If the vertical distribution of $\text{div } \vec{V}$ is given, solve the equation

$$\frac{\partial \omega}{\partial p} = -\text{div} \vec{V}$$

under the condition: at $p = p_0$, $\omega = 0$;

2. If the vertical distribution of $\frac{\partial}{\partial p} \text{div} \vec{V}$ is given, solve the equation

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = - \frac{\partial}{\partial p} \text{div} \vec{V}$$

under the conditions: at $p=p_0$, $\omega=0$ and at $p=p_s$, $\omega=\omega_s$. Here p_0 is the pressure at the top of the model atmosphere assumed, and p_s is that at the earth surface. It can be shown that only the condition

$$\omega_s = - \int_{p_s}^{p_0} \text{div} \vec{V} dp$$

being satisfied can the two formulations be said to be equivalent to each other.

Finally, calculations of some physical quantities for a case of large-scale heavy precipitation in South China are given. The results seem reasonable and in agreement with most forecasters' experiences.