

# 饱和湿空气热力学的基本特征\*

王 两 铭

(中央气象局气象科学研究所)

## 提 要

本文把凝结过程的初期看作是系统的一种广义绝热过程, 而把凝结潜热看作是系统总位能的一个部分。从这个基本思想出发, 探讨了饱和湿空气中一些热力学的基本特征。结果表明, 当把测量温度  $T$  改用广义温度  $T^*$  作为独立变量后, 干空气中的热力学基本特征都将在饱和湿空气中得到对应的结果。这对研究我国夏季汛期降水以及对大气数值模式的设计, 或许有所裨益。

## 一、引 言

在研究具有大量降水现象的大气运动时, 饱和湿空气热力学中的几个基本特征, 如内能、焓、外界作功、热力位势等均需要作进一步的探讨。因为它将直接影响到大气动力学的变化。不少的事实表明<sup>[1-5]</sup>, 饱和湿空气的动力学具有它固有的特征, 这种特征同干空气动力学有着明显的差别, 但在形式上却又极为相似。如干空气中的热成风关系在饱和湿空气中对应着为假相当位温风关系; 又如在干空气中, 预报上重视等压面上的温度梯度, 而在饱和湿空气中却重视等压面上的假相当温度或假相当位温梯度。这表明大气的热力学特征和大气的动力学特征从干空气到饱和湿空气似乎存在着一种质的变化。

饱和湿空气的实际热力过程至今并不很清楚。取一个参考系, 将饱和湿空气中的气压  $p$ 、温度  $T$ 、比湿  $q$ , 通过某种热力过程 (如等焓过程), 使其转化为等焓条件下的相当干燥大气的参考系变量 (即气压  $p$ 、温度  $T^*$ )。探讨相当干燥大气的热力学特征来近似地反映饱和湿空气的热力学特征, 或许是可取的途径之一。

## 二、基 本 特 征

### 1. 修正的热流量方程

在讨论饱和湿空气热力学时, 作者强调这样一个基本观点, 即系统中的凝结过程与其看作是非绝热过程, 不如看作绝热过程更为确切。而系统中的凝结潜热可以看作是系统总位能的一个部分, 则对饱和凝结的湿空气, 其热力学第一定律可改写为

$$\delta Q^* \cong C_{pd}dT - AR_dT d \ln p + Ldq \quad q \geq q_s^* \quad (1)$$

式中的  $\delta Q^*$  为系统外部的加热项;  $C_{pd}$  为干空气定压比热;  $L$  为凝结潜热;  $q_s$  为饱

\*本文于1979年3月29日收到, 1979年9月1日收到修改稿。

\*1注 本文均讨论  $q \geq q_s$  的饱和湿空气, 故以后不再另行说明。

和比湿;  $T, P, R_d$  分别为饱和湿空气的温度、气压和干空气的比气体常数。

## 2. 饱和湿空气的焓——湿焓

在等焓过程中, 即在等压、绝热过程中, 在  $L, C_{pd}$  假定为常数的条件下, (1) 式可写为

$$C_{pd}dT^* = 0 \quad (2)$$

其中

$$T^* = T + \frac{L}{C_{pd}}q \quad (3)$$

故单位质量饱和湿空气的焓  $h^*$  可写成

$$h^* = C_{pd}T^* + \text{常数} \quad (4)$$

简称  $h^*$  为湿焓。

## 3. 广义温度

称  $T^*$  为广义温度, 它是由饱和湿空气转化为相当的干燥大气的热力过程所确定的, 如过程为假绝热的, 则  $T^*$  为假相当温度; 如过程为等焓的, 则如 (3) 式所定义的,  $T^*$  为饱和湿空气的相当温度。可以证明, 两者在数值上的差别是可以忽略的。

(3) 式定义下的广义温度是饱和湿空气焓的特征量, 饱和湿空气焓的变化是同广义温度的变化成正比的。在干空气中,  $q=0$ , 则  $T^*=T$ ,  $dT^*=dT$ ; 在未饱和的湿空气中, 因  $dq=0$ , 故  $dT^*=dT$ 。所以, 在干空气或未饱和的湿空气中, 其焓的特征量为温度  $T$ 。在饱和湿空气中, 凝结潜热的释放、焓的变化均由 (1) 式所确定。在绝热条件下, 饱和湿空气微团焓的改变, 其直接原因乃是由于气压的改变。

## 4. 大气的状态分布

把大气中所观测到的饱和湿空气的气压  $p$ 、温度  $T$ 、比湿  $q$ , 其分布可看作是由参考状态(即气压  $p$ 、温度  $T^*$ )下的绝对干燥空气, 通过等焓过程使  $m$  克水蒸发到干空气中去, 然后使温度降到所观测的温度  $T$ , 比湿达到所观测的值  $q$ , 则在观测条件下的状态分布, 可用等焓条件下, 焓在参考系中的分布来代替。用参考系中焓的变化代替饱和湿空气焓的变化以探讨饱和湿空气的热力学特征, 或许是可取的途径之一。

# 三、饱和湿空气中的热力位势

## 1. 熵的变化

饱和湿空气中熵的变化  $ds^*$  可写为

$$ds^* \cong C_{pd} \frac{dT}{T} - \frac{AR_d}{p} dp + \frac{L}{T} dq \quad (5)$$

因为 (3) 式中的  $T^* \cong T + 2.5(10^3q)$ , 等式右面第二项是个微量, 在不作微商时, 可取  $T \cong T^*$ , 则 (1) 式可写为

$$\delta Q^* = T^* ds^* \cong C_{pd} dT^* - \frac{AR_d T^*}{p} dp \quad (6)$$

## 2. 饱和湿空气中的内能和作功

如果把潜热能看作是系统总位能的一部分, 则热力学第一定律也可写为

$$\delta Q^* = C_{vd} dT + p dv + L dq \quad (7)$$

$$\text{或} \quad \delta Q^* = du^* + pdv^* \quad (8)$$

$$\text{其中} \quad du^* = C_{vd}dT^* \quad (9)$$

$$pdv^* = pdv + R_d \frac{L}{C_{pd}} dq \quad (10)$$

分别定义为饱和湿空气的内能变化和饱和湿空气对四周大气所作的功。

由(7)–(10)式可见,

1) 系统的凝结潜热, 一部分用来改变饱和湿空气的内能, 一部分则转化为系统对四周大气做功。

2) 饱和湿空气的热流量方程具有同干空气热流量方程类似的形式。只是将温度  $T$  改为广义温度  $T^*$ , 比容  $v$  改为  $v^*$  而已。

3) 饱和湿空气中系统对四周大气做功包含两个部分, 即干空气对外界的做功和由凝结潜热所引起的系统对四周大气作的功。

### 3. 饱和湿空气的状态方程

在水和水汽混合的饱和湿空气中, 凝结是在等压下进行的<sup>[7]</sup>, 故由(10)式得

$$pv^* = R_d T^* \quad (11)$$

$$\text{其中} \quad v^* = v \left( 1 + \frac{Lq}{C_{pd}T} \right) \quad (12)$$

(11)式为饱和湿空气的状态方程, 这个方程同干空气属统一的物态方程, 它满足气液两态的连续性, 且满足连续性降水的必要条件。

对(11)式微分, 代入(8)式后, 有

$$\delta Q^* = C_{pd}dT^* - v^*dp \quad (13)$$

(13)式也可以由(6)式和(11)式直接求得。

### 4. 饱和湿空气的热力函数

由(2)、(4)、(6)、(9)、(13)式有

$$du^* = T^*ds^* - pdv^* \quad (14)$$

$$dh^* = T^*ds^* + v^*dp \quad (15)$$

类似于干空气热力学<sup>[8]</sup>, 定义饱和湿空气中的赫姆霍茨 (Helmholtz) 函数  $F^*$  和吉布斯 (Gibbs) 函数  $G^*$  分别为

$$F^* = u^* - T^*s^* \quad (16)$$

$$G^* = h^* - T^*s^* \quad (17)$$

其中  $u^*, h^*, s^*, F^*, G^*$  均为饱和湿空气中的热力位势。

微分(16)、(17)并利用(14)、(15)后有

$$dF^* = -s^*dT^* - pdv^* \quad (18)$$

$$dG^* = -s^*dT^* + v^*dp \quad (19)$$

根据只有二个变量全微分的数学概念, 可以得到下列关系式

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\partial u^*}{\partial v^*} \right)_{s^*} = \left( \frac{\partial F^*}{\partial v^*} \right)_{T^*} = -p \\ \left( \frac{\partial u^*}{\partial s^*} \right)_{v^*} = \left( \frac{\partial h^*}{\partial s^*} \right)_p = T^* \\ \left( \frac{\partial h^*}{\partial p} \right)_{s^*} = \left( \frac{\partial G^*}{\partial p} \right)_{T^*} = v^* \\ \left( \frac{\partial F^*}{\partial T^*} \right)_{v^*} = \left( \frac{\partial G^*}{\partial T^*} \right)_p = -s^* \end{array} \right. \quad (20)$$

同时, 也可以得到饱和湿空气中的麦克斯韦(Maxwell)关系式

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\partial T^*}{\partial v^*} \right)_{s^*} = - \left( \frac{\partial p}{\partial s^*} \right)_{v^*} \\ \left( \frac{\partial T^*}{\partial p} \right)_{s^*} = \left( \frac{\partial v^*}{\partial s^*} \right)_p \\ \left( \frac{\partial s^*}{\partial v^*} \right)_{T^*} = \left( \frac{\partial p}{\partial T^*} \right)_{v^*} \\ \left( \frac{\partial s^*}{\partial p} \right)_{T^*} = - \left( \frac{\partial v^*}{\partial T^*} \right)_p \end{array} \right. \quad (21)$$

由(20)、(21)式还可以推得其它一系列关系式。由(8)、(11)以及(13)–(21)表明, 饱和湿空气热力学的基本特征同干空气热力学的基本特征<sup>[8]</sup>在形式上是极为相似的。

#### 四、结 论

在饱和湿空气的热力学中, 可引入一个广义温度  $T^*$  作为独立变量。饱和湿空气中的广义温度  $T^*$ , 同干空气或未饱和湿空气中的温度  $T$  一样, 是各该系统内焓的特征量。用广义温度  $T^*$  代替温度  $T$  作为独立变量后, 干空气中的一系列热力学特征都将在饱和湿空气中有对应的但形式类似的表达式。在饱和湿空气中的热力学特征, 当不考虑  $q$  项时, 则简化为干空气的对应热力学特征。

致谢: 本文是在谢义炳、廖洞贤先生的热情支持、鼓励和帮助下进行的, 杨大升先生对此工作多次提出宝贵意见, 并对本文进行了全面的审查。在此均表示深切的谢意。

#### 参 考 文 献

- [1] 谢义炳, 湿斜压大气动力学问题, 暴雨文集(即将出版)。
- [2] 王两铭、罗会邦, 暴雨天气动力学一些问题的探讨(I)——分析工具, 中山大学学报, 1978年第1期。
- [3] 罗会邦、王两铭, 暴雨天气动力学一些问题的探讨(II)——暴雨落区天气和动力学分析, 中山大学学报, 1978年第1期。
- [4] 王两铭、罗会邦, 暴雨的落区预报, 暴雨文集(即将出版)。
- [5] 王两铭, 暴雨落区预报中的几个基本问题(即将发表)。
- [6] 王两铭、罗会邦, 饱和湿空气动力学的基本方程和主要特征, 气象学报, 38, 44–50, 1980。
- [7] Iribarne, J. V., and Godson, W. L., Atmospheric Thermodynamics, D. Reidel Publishing Company, Boston-U.S.A. 1973.
- [8] 王竹溪, 热力学, 高等教育出版社, 1955年。

## SOME FUNDAMENTAL THERMODYNAMIC PROPERTIES OF THE SATURATED MOIST AIR

Wang Liang-ming

*(Academy of Meteorological Science, Central Meteorological Service)*

### Abstract

Considering the condensation process at the initial stage as a generalized adiabatic process and the latent heat of condensation as an inseparable part of the total potential energy of a closed system, we have studied the fundamental thermodynamic properties of the saturated moist air. The results show that all the properties of the dry air could be retained in the saturated moist air, provided the air temperature  $T$  is replaced by the so-called generalized temperature  $T^*$  as an independent variable.