

冰晶生成的机制和干冰球的蒸发*

赵柏林

(北京大学地球物理系)

摘 要

本文讨论了在干冰球附近冰晶胚胎生成的机制，并研究了干冰球在过冷云中蒸发的过程。和实验的结果比较，得到一致的结论。

干冰广泛地应用于人工影响天气工作中，干冰球的蒸发和冰晶胚胎生成机制的探索有着重要的意义，过去 I. G. Langmuir (1948)^[1]，V. J. Sheaffer (1948)^[2]，K. C. Шифрин (1953)，И. З. Гордия (1953)，Круцкая (1958)^[3]，Никандров (1959)^[4] 相继地从实验和理论方面进行过研究。Никандров 的工作由于在理论上有着较严重的缺陷，我们怀疑他的结果的可靠性。Круцкая (1958) 的理论过分简单，并且结果不与实验相符。鉴于此点，我们从球体热传导入手研究冰晶胚胎生成机制和干冰球的蒸发过程并且得到了理论和实验相一致的结果。

一、冰晶生成的机制

干冰促成了一个高度过饱和和过冷却的环境，使得水汽迅速地凝结，水滴在顷刻间晶化。我们把干冰四周的环境分成两个部分，即卵翼区和影响区。依据“ -40°C 门槛”的事实，确定在 -40°C 之内为卵翼区， -40°C 以外为影响区。在卵翼区内，水汽凝结为水滴，水滴晶化为冰晶胚胎。这些冰晶胚胎，除了在卵翼区内升华长大外，在影响区内亦可升华增长，使它扩散于自由大气之中能成为成活的冰晶元。因为在卵翼区内是冰晶生成之所，所以我们着重地研究水汽在卵翼区内相变升华过程。

在卵翼区内，水滴顷刻间晶化，所以我研究冰晶的生成，重点放在水汽凝结水滴部分。在过饱和介质中水滴的临界半径 r^* ，按 Thomson 公式

$$r^* = \frac{2\sigma V_B}{kT \ln \frac{N}{N_{\infty}}}, \quad (1)$$

其中， σ 是表面张力， V_B 是水分子体积， k 是 Boltzman 常数， N 是水汽分子浓度， N_{∞} 是饱和水汽分子浓度。

生成的水滴只有大于 r^* 才能成活，而 r^* 是随过饱和度的增加而变小的。云层由 -20°C 冷却临界半径 r^* 随冷却温度的变化，见表 1 中所示。

* 本文 1963 年 5 月 25 日收到。

表 1 临界水滴半径 r^* 与过饱和度的关系
(起始为 -20°C , 水汽饱和状态)

温 度	饱和水汽压 (毫巴)	过 饱 和 度	表面张力 (尔格/厘米 ²)	$\lg \frac{N}{N_\infty}$	$r^* \cdot 10^8$ (厘米)
-20	1.25		78.4		
-40	0.19	6.56	80.6	0.8169	8.00
-50	0.064	19.53	81.5	1.2906	5.50
-60	0.019	65.78	82.4	1.8246	4.20
-70	0.0049	251.1	83	2.4067	3.22

形成这样大小水滴需要的能量 $\Delta\phi$ 是

$$\Delta\phi = \frac{4}{3} \pi \sigma (r^*)^2. \quad (2)$$

按 Becker-Döring (1935)^[5] 水滴生成机率是

$$\nu_0 = 2V_B \sqrt{\frac{\sigma}{2\pi m}} N^2 p_0 \exp - \frac{4}{3} \pi \sigma (r^*)^2 / kT. \quad (3)$$

其中, ν_0 为水滴生成的数目(每秒每立方厘米生成水滴的个数), V_B 为水分子体积, σ 为表面张力, m 为水分子质量, N 为水汽分子浓度, r^* 为临界水滴半径, p 为系数(等于 1)。云层由 -20°C 降冷在不同温度下水滴生成的机率见表 2^[3]。

表 2 水滴生成的机率
(起始为 -20°C , 水汽饱和状态)

$t^\circ\text{C}$	$\sqrt{\frac{\sigma}{2\pi m}}$	N^2	$\frac{4}{3} \frac{\pi \sigma r^{*2}}{kT}$	$\exp - \frac{4}{3} \frac{\pi \sigma r^{*2}}{kT}$	ν_0
-40	$6.54 \cdot 10^{11}$	$12.89 \cdot 10^{22}$	75.26	$1.32 \cdot 10^{-39}$	$6.67 \cdot 10^7$
-50	$6.58 \cdot 10^{11}$	$12.89 \cdot 10^{22}$	36.26	$4.56 \cdot 10^{-18}$	$2.32 \cdot 10^8$
-60	$6.61 \cdot 10^{11}$	$12.89 \cdot 10^{22}$	21.92	$1.2 \cdot 10^{-9}$	$6.13 \cdot 10^{12}$
-70	$6.64 \cdot 10^{11}$	$12.89 \cdot 10^{22}$	15.33	$2.84 \cdot 10^{-6}$	$1.46 \cdot 10^{17}$

实际上水滴的生成过程不能依照表 2 中所示状况。因为在水滴生成的同时有温度的变化, 由凝結促成空气中的水份的减少。在(3)式中的 N 和 T 均是时间 t 的变量, 为了求得空气团在和干冰接近过程中水滴生成机率的变迁, 不妨将(3)式求微分, 于是

$$\begin{aligned} \frac{d\nu}{\nu} = & 2 \left(1 + \frac{2\pi r^{*3}}{3V_B} \right) \frac{dN}{N} + \left[\left(\frac{T}{2\sigma} - \frac{4\pi r^{*2}}{k} \right) \frac{d\sigma}{dT} + \right. \\ & \left. + \frac{4\pi r^{*2}}{k} \left\{ \frac{\sigma}{T} - \frac{kr^*}{3V_B} \left(\frac{dN_\infty}{dT} \right) \frac{T_0}{N_\infty} \right\} \right] \frac{dT}{T}, \end{aligned} \quad (4)$$

或

$$\frac{d\nu}{\nu} = \phi_{N_0} \frac{dN}{N} - \phi_{T_0} \frac{dT}{T}. \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \phi_{N_0} = & 2 \left(1 + \frac{2\pi r^{*3}}{3V_B} \right), \\ -\phi_{T_0} = & \left[\left(\frac{T}{2\sigma} - \frac{4\pi r^{*2}}{k} \right) \frac{d\sigma}{dT} + \frac{4\pi r^{*2}}{k} \left\{ \frac{\sigma}{T} - \frac{kr^*}{3V_B} \left(\frac{dN_\infty}{dT} \right) \frac{T_0}{N_\infty} \right\} \right]. \end{aligned}$$

Hiromu Wakeshima^[6] (1954, 1955) 及 Круцкая (1958) 将(5)式积分后得到

$$v = v_0 \left(\frac{N}{N_0} \right)^{\phi_{N_0}} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{-\phi_{T_0}} \quad (6)$$

实际上用于干冰球卵翼区晶化(6)式是不行的, 我们看 ϕ_{N_0} 及 ϕ_{T_0} 的变化就可知了 (见图 1 和图 2).

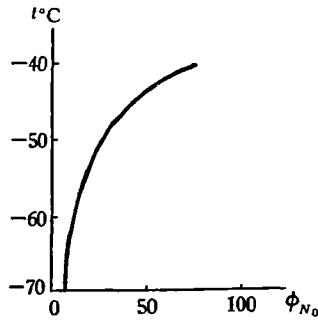


图 1 ϕ_{N_0} 的变化
(起始温度为 -20°C 水汽饱和态)

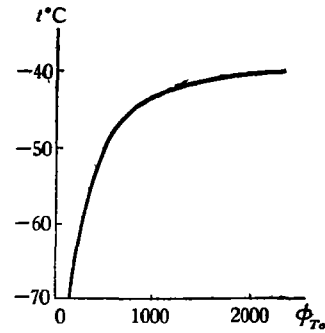


图 2 ϕ_{T_0} 的变化
(起始温度为 -20°C 水汽饱和态)

因此计算空气团与干冰球接触晶化问题, 只能用(4)式求解.

在解(4)式之前, 必须知道空气团与干冰接触时的温度 T 及水汽浓度 N 的变化方可.

我们以直径为 1.25 厘米的干冰球为例, 空气团和干冰球接近时, 温度逐渐降低达最低值, 然后离开干冰球后温度又在回升. 譬如与 -60°C 相接触的空气团, 温度 T 随时间的变化见图 3.

由此我们将过程分为很小的间隔, 用逐差法求解, 在每个间隔间是恒温的. 由于水汽凝结促成水汽浓度 N 减小引起成冰机率 v 变化如下:

$$v = v_0 \left(\frac{N}{N_0} \right)^{\phi_{N_0}} \quad (7)$$

而水汽浓度 N 的变化是

$$-\frac{dN}{dt} = \int_{r_*}^{r_m} \frac{4\pi}{V_B} r^2 v dr + \frac{4}{3} \pi \frac{r^3}{V_B} v = \frac{4}{3} \pi r_m^3 v \quad (8)$$

这里的冰晶生成机率 v 设它为一定 ($v = v_0$), 而最大水滴半径 r_m 是这样求得

$$\frac{dr}{dt} = \frac{V_B b (N_0 - N_\infty)}{1 + \frac{br}{D}} \quad (9)$$

其中, $b = p \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} = 1.22 \cdot 10^4$, D 是扩散系数.

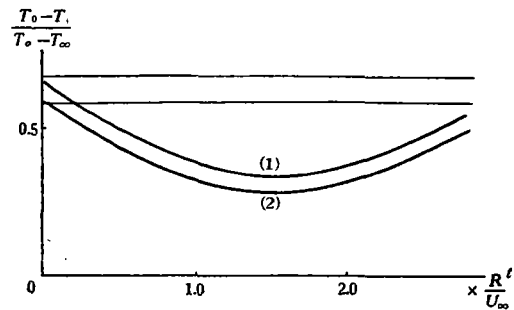


图 3 流线与 -60°C 等温线相切的空气团
温度之变化
(1) 云中温度为 -20°C (2) 云中温度 -10°C

因为在 $r < 10^{-2}$ 厘米时 $\frac{br}{D} \sim 3 \cdot 10^{-3}$, 故可略去。于是

$$r_m = V_B b(N_0 - N_\infty)t \tag{10}$$

将(10)式代入(8)式积分后, 我們有

$$N_0 - N = \frac{1}{3} \frac{v_0}{V_B b(N_0 - N_\infty)} [V_B b(N_0 - N_\infty)t]^3 = \frac{1}{3} \pi v_0 [V_B b(N_0 - N_\infty)]^3 t^3 \tag{11}$$

将(11)式代入(7)式就可求得解答。

这样求得图 3 中空气团內冰晶生成率 v 的变化, 见图 4 中所示。

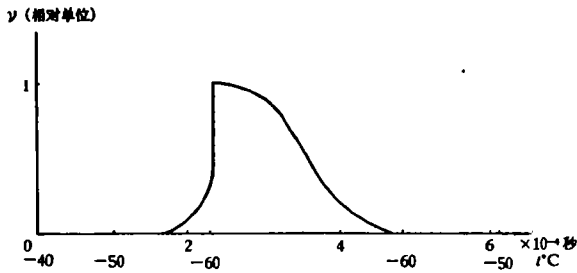


图 4 空气团中冰晶生成的机制 ($R = 0.5$ 厘米)

从图 4 中可見, 冰晶生成主要是在最低温度部分。在 -59°C 以前一段过程, 冰晶生成的数目尚不及总数的 5%, 而 95% 以上是在 -60°C 恆温区内生成的。同样, 我們研究达到 -70°C 的空气团, 在 -69°C 以前生成的只占总数的 14%, 而 86% 的冰晶产生在 -70°C 的恆温区中, 故而我們应对于冰晶在最低温度处生成的机制

应予以很大的注意。

应当提及, 按 И. З. Гордин (1953) 实验的结果, 半径为 0.54 厘米, 干冰球附近的导热系数是 2.1×10^{-4} 卡/厘米²·秒·度, 比分子热系数大 4 倍。若我們設 P , 数不变, 仍为 0.7, 动力粘性系数也要大 4 倍。这也是和实验一致的^[7]。

表 3 干冰球蒸发实验的结果
(静态的介质之中)

质量 m_0 (克)	半径 R_0^3 (厘米 ³)	蒸发完毕时间 τ (秒)	导热系数 χ (卡/厘米 ² ·秒·度)
1	0.29	1500	$2.1 \cdot 10^{-4}$
2.2	0.51	1720	$4.4 \cdot 10^{-4}$
223	10.65	12800	$8.7 \cdot 10^{-4}$
250	11.51	13300	$9.1 \cdot 10^{-4}$

根据每根流綫計算冰晶生成的情况, 由此可求得干冰在卵翼区内冰晶生成的浓度見表 4。

表 4 不同温度介质中冰晶生成的浓度
(在卵翼区内)

$t^\circ\text{C}$	-10	-20	-30
n 个/厘米 ³	$1.28 \cdot 10^{13}$	$0.72 \cdot 10^{13}$	$0.253 \cdot 10^{10}$

这个浓度是和一般所了解的卵翼区内冰晶浓度相一致的^[8]。但是云中温度愈高, 生

成的冰晶愈多,它恰好和 Никандров 的结果相反,这是由于在高温的云中水汽要多些的缘故。从公式(3)中亦可见得,水汽浓度(包括过饱和度)在冰晶生成率中占有主导地位。由此可见表4中的结论是合理的。

二、总的卵翼区体积和总的冰晶胚胎数目

为了求得总的卵翼区体积,必须仔细地研究球体附近的温度场和气流场。用数值求解球体四围边界层中的热传导,得到不同流线和等温线的切点分布,见图5。将它延伸可以求得流线在 90° 上的位置,如图6。因为在 90° 上气流是垂直的,这样便于我们求流量。从与 -40°C 等温线相切流线的位置,可以求得卵翼区的范围。

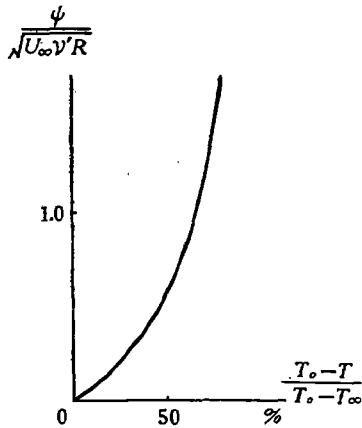


图5 与等温线相切的流线

ψ : 流线值; U_∞ : 球体运动速度;
 ν : 动力粘性系数; R : 半径;
 T_0 : 球面温度; T_∞ : 介质温度;
 T : 等温线温度

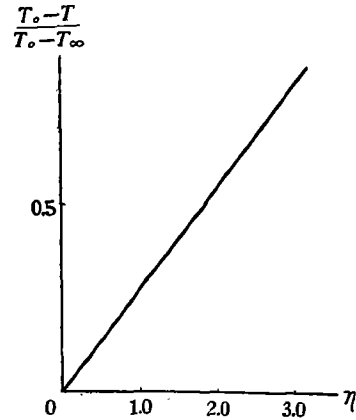


图6 与该等温线相切流线在 90° 处
距离球面的位置

$\eta = \frac{y}{R} \left(\frac{3RU_\infty}{\nu} \right)^{1/2}$
 y : 该流线与球面的距离

总的卵翼区体积为

$$V_{\text{卵翼}} = 2\pi R y \bar{v}_* \tau. \quad (13)$$

其中, R 是干冰球的平均半径, y 是卵翼区的平均厚度, \bar{v}_* 是卵翼区内平均气流速度, τ 是蒸发完毕的时间。

И. 3. Гордин (1953) 用实验的方法研究干冰球在气流中的寿命。蒸发完毕的时间 τ 和质量 m , 气流速度 \bar{v} 间的关系如下

$$\tau^2 = \varepsilon \frac{m}{\bar{v}}. \quad (14)$$

其中, $\varepsilon = 2.0 \cdot 10^7$ 厘米·秒/克。以 $\bar{v} = \bar{U}_\infty$, U_∞ 是降落速度求得不同质量干冰球在

表5 干冰球蒸发完毕的时间和行程

干冰球半径 R (厘米)	0.5	0.2	0.1	0.05
完全蒸发时间 τ (秒)	123	42.2	11.5	5.1
行程 L (厘米)	$1300 \cdot 10^3$	$300 \cdot 10^3$	$52 \cdot 10^3$	$14.5 \cdot 10^3$

大气中存在的时间和行程见表 5。

从表 5 看来干冰球的行程比 Круцкая 的结果要小些。

从图 5 和图 6 可以求得卵翼区的厚度 y (按 $\eta = \frac{y}{R} \left(\frac{3RU_\infty}{v'} \right)^{\frac{1}{2}}$, η 从图 6 中得到)。根据 (14) 式及卵翼区厚度 y 及卵翼区内平均气流速度 v_* 不难求得总的卵翼区体积 V_{HKK} , 和由表 4 可得到总的冰晶胚胎数目 $n_T = V_{\text{HKK}} n$ 。

我们以 $R_0 = 0.625$ 厘米的干冰球为例。

$$U_\infty = 2.38 \times 10^3 \text{ 厘米/秒}, \quad \bar{v} = \frac{1}{2} U_\infty = 1.19 \times 10^3 \text{ 厘米/秒},$$

$$m = 1.46 \text{ 克}, \quad \tau = 157 \text{ 秒},$$

求得不同温度的云层中干冰球作用的情况见表 6。

表 6 干冰球在不同温度的云层中作用情况
($R_0 = 0.625$ 厘米)

$t^\circ\text{C}$	-10°	-20°	-30°
V_{HKK} 厘米 ³	$1.89 \cdot 10^8$	$3.07 \cdot 10^8$	$4.37 \cdot 10^8$
n_T	$2.42 \cdot 10^{16}$	$2.2 \cdot 10^{15}$	$0.11 \cdot 10^{14}$
n_T/m 个/克	$1.65 \cdot 10^{16}$	$1.51 \cdot 10^{15}$	$0.075 \cdot 10^{14}$

从表 6 中可见, 温度愈高卵翼区愈小, 成冰量恰好相反。从表 6 中的结果看来, 卵翼区比 Круцкая 的结果要小, 冰晶生成总量比 Круцкая 的结果大 1—2 个量级。

现在用 V. J. Sheaffer (1948) 实验的记录和我们的结果来比较。Sheaffer 在体积为 $\frac{1}{4}$ 呎³ 的云室中作干冰的成冰的实验。把云室的温度调为 -10°C , 投入干冰实验的结果, 每克干冰生成 $\sim 10^{16}$ 个冰晶胚胎。这个结果被广泛地采用着。从表 6 中可见, 在 -10°C 每克干冰生成 1.65×10^{16} 个冰晶胚胎和实验结果颇吻合。

三、讨 论

现在我们对于一些问题进行讨论

(1) **凝结核的影响** 干冰使得云层冰晶化过程中不断地释放凝结核和升华潜热, 这些热量必然会使空气冷却变慢, 因此我们问这些热量会不会影响温度场的分布。

我们以云中温度为 -20°C 为例, 冰晶胚胎在卵翼区为 $0.75 \cdot 10^{12}$ 个/厘米³, 设若使它长大达飘浮到卵翼区外仍可成活, 即等于 -40°C 的临界半径 $r_* = 8 \cdot 10^{-8}$ 厘米放出的潜热为 $\sim 10^{-6}$ 卡, 引起空气温度的变化是 $\Delta t^\circ\text{C} \sim 10^{-3}$ 度, 由此可见潜热影响是十分微小的可以略去不计。

(2) **冰晶胚胎成活的可能** 冰晶胚胎生成和长大的过程是一个复杂的问题, 尚有待以后研究, 现在我们看一看冰晶胚胎生成以后, 环境是否能给它们提供成活的可能。

以 -20°C 云层为例, 在卵翼区内冰晶胚胎的浓度为 0.75×10^{12} 个/厘米³, 设若这些冰晶胚胎在顷刻间将卵翼区内的过饱和和水份完全吸取, 然后飘浮到卵翼区以外是否能活。

从我們計算的結果,这些冰晶有可能达到 $\sim 10^{-6}$ 厘米,比 -40°C 的临界半径大 1 个量级以上,故而是可以成活的。所以云层是提供了这个可能使这些冰晶生存下来的条件。

(3) CO_2 的影响 在干冰蒸发时,不断地放出 CO_2 气体来,这些 CO_2 气体会影响成冰的过饱和和卵翼区内的结构。

我們以半径为 0.625 厘米的干冰为例,它蒸发出来的 CO_2 气体,設若有一半集中于卵翼区之内共計有 0.437×10^3 厘米³。在 -10° — -30°C 的云层中,它占卵翼区内組成的百分之十至二十。在需要高度精确值时,应适当地予以訂正。可是实际人工影响天气工作中要求的精确性达不到上述的数量,故在这个問題上似不必作更多討論。

四、結 論

(1) 本文討論了干冰球附近冰晶胚胎生成的机制和計算的方法。在 -10° — -20°C 的云层中,卵翼区内生成冰晶胚胎的浓度为 $\sim 10^{12}$ 个/厘米³。冰晶胚胎主要是在 -70°C 附近的范围内生成的。

(2) 本文討論了干冰球的寿命、行程、卵翼区的总体积和冰晶生成总量。在 -10° — -20°C 的云层中,1 克干冰可以生成 $\sim 10^{16}$ 个冰晶胚胎,这是和实验結果相一致的。

参 考 文 献

- [1] Langmuir, I. G., *УФН*, Т. 37, 3 (1949).
- [2] Scheafer, V. J., *Bull. Amer. Meteorological Society*, 29 (1948), 175; *Chem. Rev.*, 44 (1949), 291.
- [3] Круцкая Л. И., *Труды Цао*, 19 (1958), 81.
- [4] Никандров В. Я., Искусственные воздействия на облака и туман, Гидрометеорологическое издательство, 1959, 132—148.
- [5] Becker-Döring, *Ann. der Physik*, 24 (1935), 719.
- [6] Hiromi Wakeshima, *Journal of Physical Society of Japan* 9 (1954), 400; 10 (1955), 60.
- [7] Bear, Schiling, *Trans. ASME. (J. appl. mechanics)* 75 (1953), 407.
- [8] Красноская Л. И., *Труды Цао*, 44 (1962), 1.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМА ОБРАЗОВАНИЯ ЛЕДЯНЫХ ЧАСТИЦ И ПРОЦЕССА ИСПАРЕНИЯ СУХОГО ЛЬДА В ПЕРЕОХЛАЖДЕННЫХ ОБЛАКАХ

Чжао Бо-лин

(Пекинский Университет КНР)

Резюме

В статье рассматривается механизм образования ледяных частиц и процесс испарения сухого льда. Результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными.