

起伏条件下重力碰并造成的暖性薄云降水*

徐華英 顧震潮

(中国科学院地球物理研究所)

提 要

本文中考虑了云中垂直气流的湍流起伏,来计算云滴的碰并增长。发现在这种上升气流有起伏的环境下,同样大小的云滴在云中可以长成不同大小的较大云滴,包括降水胚滴和降水微元(雨滴),从而对暖性薄云如何形成降水给出一个比较合理的解释。

一、引 言

许多观测事实表明,厚 1 公里左右的暖云也能形成降水,还有一些象碎层云和碎积云这种小块薄云也会悬下雨旒。看来形成半径 100μ 左右或更大一些的水滴,并不需要好几公里厚的云,但是一般降水模式还不能很好地解释这个现象。

许多人试图解决这个问题。Mason^[1] 利用海洋上少量巨盐核使云中有较大水滴的有利条件,来讨论海洋上空 1 公里左右厚度的薄云形成降水的問題。他假定生长的水滴在云中接连遇到几个热气泡,并且一个比一个强,因而延长了水滴在云中停留的时间,得到了半径大约 300μ 的雨滴。然而这种过程未免太偶然一些,很难设想水滴刚好能够在适当的高度上遇到适当强度的气流,并且恰好落到下一个更为强盛的气泡上去。

云中水滴生长的問題,很重要的一个方面,即是否能被气流所托住。云中形成足够大小的水滴,更要求较强的垂直气流托住它。然而太大的上升气流又容易把水滴从云顶带出去,这是有矛盾的。

看来,考虑气流的起伏会有助于解释降水的形成。并且观测事实也证明了垂直气流是有起伏的(例如文献[2])。从许多云雾微观资料中,也可以看到滴谱及含水量^[3]等要素空间分布的不均一性,即有着明显的起伏特征。因此在云滴生长降水形成理论中,应该包括这个起伏特征。

最近我们国内的工作^[3]已经可以看出在起伏条件下,较小的云滴通过重力碰并,可以有一部分以很快的速率生长成大云滴。在比较薄的云中,它也是相当有效的。可惜由于数学上的困难,对于云滴在下降过程中,垂直气流有起伏的大云滴如何继续长成雨滴的过程,还没有得到闭合解,因而也没有得到进一步的了解。本文的目的,就是用数值解的方法,计算垂直气流有起伏的云中降水形成的过程,用以说明垂直气流起伏的重要,并企图由此说明它是暖性薄云形成降水中的一个重要因子。

* 本文 1962 年 6 月 8 日收到。

二、基本机制

本文研究在垂直气流起伏场中云滴通过重力碰并生长到雨滴的过程。

云中水滴的生长,必须要考虑到它在云中的位移。云滴在云中的移动,取决于它本身的下落速度与空气托它的速度。在垂直气流起伏场中,云滴就是在起伏演变的空气垂直运动下改变它在空间的位置。

由于空气垂直运动速度的起伏,在任一瞬间、在任一高度上可以看作存在着各种大小的垂直运动速度,或者说在任何一个位置上垂直速度的大小是任机的。各种大小垂直速度看作按一定规律分布¹⁾。我们可以近似地以正态分布来描述。

云滴在垂直速度起伏场中,就不象在稳定的垂直运动中那样一定先向上移动,当云滴长到足够大时,它的下落速度超过了固定的上升的空气运动速度,再向下落直到掉出云外。由于垂直运动速度的起伏性质,上升的水滴在下一时刻也可以落下,然后再上升,显然原来在同一高度上同样大小的水滴,由于它们可能碰到不同的垂直气流,而各自有它本身的路径。因此必然其中有一部分水滴在云中周轉若干次而形成較大的云滴,当它落出云底时就可能形成降水。

由于有的云滴在云中的路径可以往返若干次,因此它在云中行走的路程就超过云厚的一倍还多,其作用犹如加大了云的厚度,即要形成这么大的水滴,要求的云可以薄一些,或者说对于同样厚度的云可以形成更大一些的水滴。

当然有一些云滴很快出云,那时它的半径还很小,因此对于降水没有作用。这样看来垂直运动速度的起伏,使得云滴在云中生长的生命发生分化,即只有一部分云滴具有优越的生长条件,最后形成降水,其中大部分水滴很早就结束了它们的生命。实际上雨滴的浓度就比云滴(那怕只是 $r > 25 \mu$ 的较大云滴)少得多,而只能是其中的一部分成为較大的雨滴。在这个模式中,由于气流速度的起伏考虑为有规律的,因此各种大小的出云水滴,也是按一定的规律以各种不同几率出现的。

三、处理方法

根据重力碰并生长方程,水滴的生长速度是:

$$\frac{dR}{dt} = \frac{q}{4\rho} EU. \quad (1)$$

式中 R 为水滴半径, q 为云的含水量, ρ 为水的密度, E 为捕获系数, U 为水滴相对空气的下落速度(小云滴的下落速度比 U 小得多,可以忽略)。由于 E 和 U 均为 R 的函数,假设 q 不随时间改变,求积分得:

$$t = \frac{4\rho}{q} \int_{R_0}^R \frac{dR}{EU}. \quad (2)$$

在计算中小水滴平均半径取 6μ , E 取 Mason^[4] 计算的捕获系数, U 取 Gunn 和 Kinzer 计算的水滴末速度^[4]。我们对初始半径为 25μ 的水滴,根据公式用数值计算求出各时刻

1) 观测资料指出风速水平分量的起伏符合正态分布^[6],我们目前没有垂直风速分布的资料,因此暂假定风速垂直分量与水平分量同样符合正态分布。

具有的水滴大小(图1);然后讨论各时刻水滴在云中的位置,显然,这位置取决于空气的垂直运动与它本身相对空气下落速度。

空气垂直运动,前面已经讲过,可以设为按正态分布,即在任一时刻 t , 在任一高度 z 上,具有上升速度 W 的几率为:

$$p(W, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(z, t)} \exp \left\{ - \frac{[W - \bar{W}(z, t)]^2}{2\sigma^2(z, t)} \right\} \quad (3)$$

式中 $\bar{W}(z, t)$ 为在 t 时刻、 z 高度上的平均垂直运动速度。 $\sigma(z, t)$ 为相应的垂直运动速度的离差。当我们取 \bar{W} 和 σ 不随高度和时间改变时,上式可以简化为:

$$p(W) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp - \frac{(W - \bar{W})^2}{2\sigma^2} \quad (3')$$

为方便起见,讨论在各时刻水滴在云中位置时,

我们将云分为 n 层,每层厚度为 Δz , 因此原来在某层的水滴(近似地都看作位于该层的中部),移动到比它高 l 层中,即位移了 $(l + \frac{1}{2})\Delta z$ 到 $(l - \frac{1}{2})\Delta z$ 距离之间,如果在 Δt 时间内完成的,那么要求的上升速度相应的在:

$$W_1 = \left(l - \frac{1}{2} \right) \frac{\Delta z}{\Delta t} + U \quad (4)$$

与

$$W_2 = \left(l + \frac{1}{2} \right) \frac{\Delta z}{\Delta t} + U$$

之间,因此移动到比原来高 l 层中(移动了 l 个间隔)的几率为具有上升速度在 W_1 与 W_2 之间的几率,

$$P(l) = \int_{W_1}^{W_2} p(W) dW \quad (5)$$

我们将公式(4)代入式(5),由于公式(4)中末速度 U 是随水滴半径,也就是随时间改变的,因此移动 l 层的几率还是时间 t 的函数,表示为:

$$P(l, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{l-\frac{1}{2}}^{l+\frac{1}{2}} \exp \left\{ - \left(l \frac{\Delta z}{\Delta t} + U(t) - \bar{W} \right)^2 / 2\sigma^2 \right\} d l \frac{\Delta z}{\Delta t} \quad (6)$$

上式可以化为误差函数,以便于查表计算:

$$P(l, t) = \frac{1}{2} [\operatorname{erf} x_1 - \operatorname{erf} x_2],$$

$$x_1 = \left[\left(l + \frac{1}{2} \right) \frac{\Delta z}{\Delta t} + U(t) - \bar{W} \right] / \sqrt{2}\sigma,$$

$$x_2 = \left[\left(l - \frac{1}{2} \right) \frac{\Delta z}{\Delta t} + U(t) - \bar{W} \right] / \sqrt{2}\sigma.$$

在某时刻 t , 在某一层 l 中水滴出现的几率 $F(l, t)$, 由上一时刻云内各层水滴分布

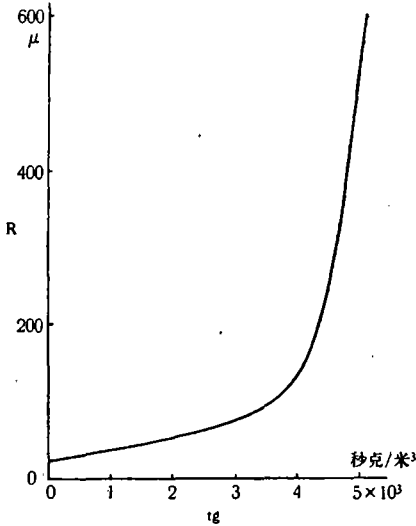


图 1

(假设出云水滴不再返回云内)及它们移动到这一层的几率所决定,因此

$$F(l, t) = \sum_{l-l'=1}^n F(l-l', t-\Delta t) P(l', t).$$

另给出在 $t = 0$ 时,水滴在云内的分布为:

$$F(l, 0) = \begin{cases} 1 & \text{当 } l = m, \\ 0 & \text{当 } l \neq m. \end{cases}$$

对于分布在好几层的情况,实际上只需将 m 取不同的值分别计算,然后迭加起来,因为我们不考虑大水滴互相之间的碰并,以及由于水滴生长影响含水量等.

因此

$$F(l, 1) = P(l-m, 1),$$

$$F(l, 2) = \sum_{l-l'=1}^n F(l-l', 1) P(l', 2),$$

$F(l, 3)$ 等等以此类推.

现在来考虑掉出云底的水滴(即雨滴). 在某一时刻 Δt 时间间隔内,出云底的水滴个数为

$$G(t) \Delta t = \sum_{l \leq 0} F(l, t).$$

根据水滴生长方程,可以计算该时刻相应的水滴半径,因而可以得到出云水滴的滴谱分布:

$$Q(R) \Delta R = G(t) \Delta t.$$

$Q(R)$ 为单位水滴半径间隔,单位时间,单位面积上半径为 R 水滴的出云率, ΔR 是在时间间隔 Δt 内相应的半径间隔.

$$\text{根据公式 (2) } \Delta R = \frac{q}{4\rho} EU \Delta t, \text{ 因此 } Q(R) = \frac{\sum_{l \leq 0} F(l, t)}{\frac{q}{4\rho} EU \Delta t}.$$

根据初始云滴浓度及输送速度,可以计算出入云个数 N_0 则出云个数 $N(R)$ (它的单位是个数/单位半径间隔·单位时间·单位面积)为

$$N(R) = N_0 Q(R),$$

总共出云个数为

$$N_0 \cdot \sum_i G(t) \Delta t,$$

出云浓度为

$$N(R)/U(R)$$

四、计算结果

计算了云中小水滴半径是 6μ , 而初始半径是 25μ 的大滴发展成雨滴的过程 (E 与 U 的选取见第二节).

我们计算了两个例子:

第一个例子是含水量 $q = 1.0$ 克/米³, 平均空气上升速度 $\bar{W} = 0.5$ 米/秒, 垂直速度起伏的离差 $\sigma = 0.5$ 米/秒, 初始的较大水滴位于云底以上 0.2 公里处. 对于云厚 $H = 2.2$

公里的云，经过两个半小时左右形成降水，降水雨滴半径为 $350-700 \mu$ 。如果云变薄一些，取 1.7 公里厚，则出云水滴大小略小一些，为 $300-500 \mu$ 。估计 1.5 公里厚的云还能形成 300μ 左右的雨滴(图 2)。

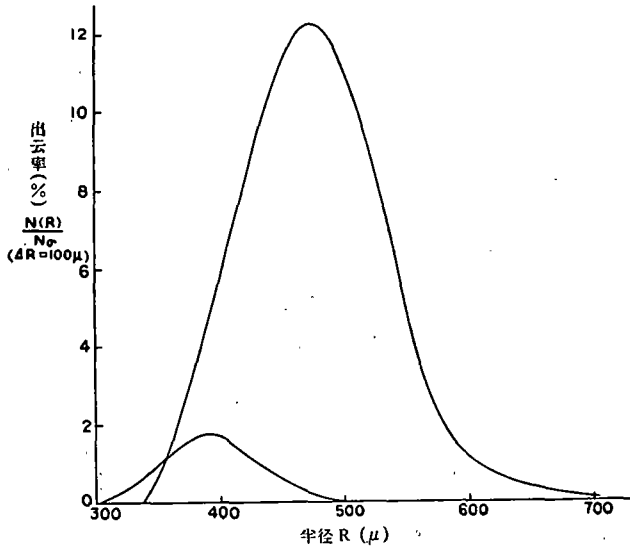


图 2

在同样的含水量情况下，云中气流均匀定常没有起伏，垂直运动速度等于上述的平均垂直运动速度 \bar{w} (即 $w = \bar{w} = 0.5$ 米/秒)时，也就是按一般所用的碰并生长模式^[4]，则至少需要 2.3 公里厚的云，才有可能使 25μ 的水滴在云中形成雨滴，这时出云水滴只有 500μ ，比有起伏情况下 2.2 公里厚的云出现的最大雨滴 700μ 小得多。在这种模式中，如果要形成 700μ 的雨滴，那末要求云厚至少要有 3.0 公里。这还是将 25μ 的初始水滴，从云中最合适的部

位开始增长，或者说在云底进入大小最适合的胚胎，因此在达到同样大小的雨滴起伏情况下，要求的云厚为均匀流场中的 2.2/3.0 ~ 70% (见图 3)。

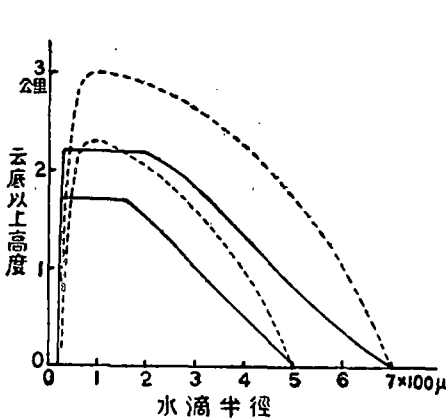


图 3

(曲线最高点所在的高度为有效云厚，实线表示在起伏条件下形成的各高度上最大与最小水滴半径，虚线表示在均匀常定条件下形成的各高度上水滴半径，在各高度上只有 1-2 个大小)

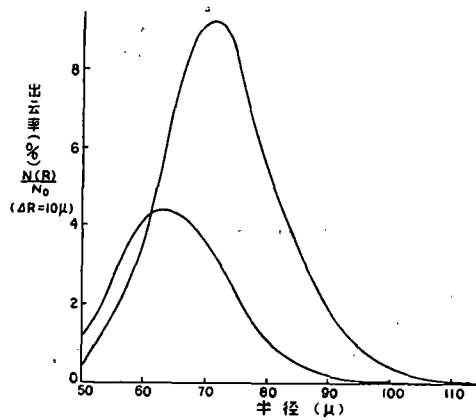


图 4

另一个例子是含水量取 0.2 克/米^3 ，平均空气上升速度 $\bar{w} = 0.2$ 米/秒，离差 $\sigma = 0.2$ 米/秒。计算了 1.0 公里厚的薄云，经过 5.4 小时出云水滴最大可以达到 110μ 。更薄一些的云，如云厚为 0.7 公里，最大水滴可以达到 100μ 。这两种情况对于云底很低及空中温

度很大时，在地面上有可能发生微弱的降水，至少可以形成明显的雨旂(图 4)。

但是在同样条件下，要是没有速度起伏，即按平均条件下碰并生长模式，只有在大于 0.8 公里的云中， 25μ 的水滴才可能在云底长成大水滴（稍薄的云水滴都从云顶出去了），在这种情况下形成的水滴也只有 75μ 。如果取上面计算的 1 公里云厚，初始云滴位于最合适部位，也只能出现小于 81μ 的水滴。而要形成象上述起伏场中 1.0 公里厚的云中产生的 110μ 大滴，至少要求云厚 2.1 公里。这还是考虑了初始云滴从最合适部位开始增长的。因此在这种小的含水量的云中，考虑起伏场要求的云厚为均匀上升气流中的 50% (图 5)。

云中平均垂直运动速度可能随高度改变。如果考虑在薄云中垂直运动速度随高度减小，在云底最大，云顶的垂直运动速度为零，这样云滴从云顶出去的几率就大大减小了。因此在很薄的云中水滴还不致于由于移出云顶而消失。初步结果看来，在这种情况下，云厚还可以更小一些。

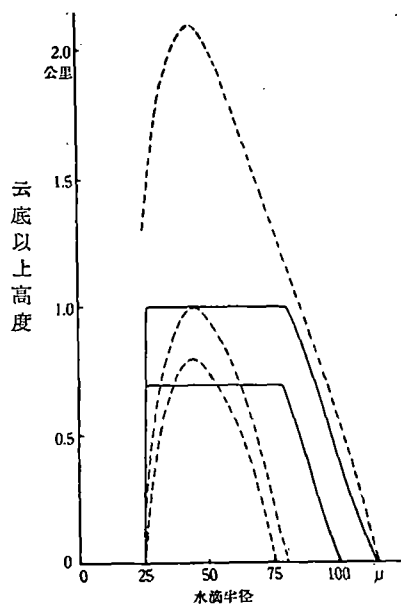


图 5
(说明同图 3)

五、结 论

从以上的计算结果看来，考虑了湍流气流起伏，对云滴在云中运动的影响可能降低形成降水所要求的云厚，或者说在同样的云厚下形成的雨滴可以更大一些。因此这种模式是有利于解释通常看到的薄云降水的形成。特别是在平均垂直运动速度随高度改变，云顶附近的垂直速度很小的情形下，就更有利于薄云降水。

考虑了气流起伏以后出云水滴有一个分布谱，也就是说同样大小的胚滴，在云中由于各自不同的遭遇最后形成不同大小的雨滴。由于有的出云底时还太小不能成为雨滴，也有的出了云顶蒸发掉，因此得到的雨滴浓度比胚滴（如大于 25μ 的云滴）浓度小得多。而不是如过去各学派的研究那样，对于某种大小的云滴全部能够形成雨滴，而另一种大小却全部出了云顶，显然用过去那种模式计算所得的雨滴大小和浓度是不合适的。

即使胚滴只有一种大小时，在云中各层的大水滴也有一个较宽的分布。不再象均匀环境下重力增长那样，一种大小的胚滴在某一高度上只形成两种大小的水滴。因此这种模式可能更符合于实际情况些。但为了缩短计算中薄云降水形成所需的时间，则还要进一步同时考虑云中水滴浓度的起伏^[3]。

参 考 文 献

- [1] Mason, B. *Tellus*, 11 (1959) 216—219.
- [2] Вульфсон, Н. И., Исследование конвективных движений в свободной атмосфере, Москва (1961).
- [3] 顧震潮, 气象学报, 32 (1962).

- { 4] Mason, B. *Physics of clouds*, 1957 Oxford.
{ 5] Hesselberg Th. 和 Björkdal, E., *Beitr. z. Phy. fr. Atmosp.*, 15 (1929). 121—133.

ON THE FORMATION OF THE PRECIPITATION ELEMENT IN A SHALLOW WARM-CLOUD

HSU HUA-YING, KOO CHEN-CHAO

(*Institute of Geophysics and Meteorology, Academia Sinica*)

ABSTRACT

Taking consideration of the fluctuation in the vertical current, it is pointed out that the precipitation element will form more easily in a shallow warm-cloud. Under the assumption that the frequency distribution of the vertical current is Gaussian, the growth rate of the cloud droplet is calculated for a simplified cloud model. The result shows that even in a cloud with 1 km thickness the precipitation elements of radius greater than 100μ could be formed under average condition.