

## 简单斜压大气中热成风的建立和破坏\* (一)

陈秋士

(北京大学地球物理系)

### 提 要

本文第一部分利用两层模式讨论了热成风的适应问题。如果起始非热成风流场的热成风涡度大于温度场的热成风涡度时,促使上升运动加强,反之,促使下沉运动加强。对于250—750毫巴之间的斜压系统,适应的特征尺度 $L_0$ ,是决定流场向温度场调整,还是温度场向流场调整的临界水平尺度。

第二部分根据温度场和流场的平流作用,分析了非热成风产生的机制。并由热成风适应速率和破坏速率的对比,讨论了准地转运动和非地转运动的形成。

最后,用热成风不断破坏和建立的观点和方法,分析了长波斜压不稳定发展的过程,并进一步揭示了它的物理本质。

### 一、引 言

地转风的建立是大气中最基本的动力学过程之一。自 Rossby<sup>[1,2]</sup> 以来,已有不少作者讨论了这个问题,如 Обухов, Volin, Кибель, 叶篤正, Монин 等<sup>[3-8]</sup>。但对这一问题,还有必要作进一步的阐明。

实际大气中,地转风是在不断建立和不断破坏的过程中维持的。也就是说,在实际过程中,常存在一些因子,使地转风趋于破坏,同时还存在着另一些因子,使被破坏了的地转风重新建立起来。这种不断破坏和不断建立过程的统一,构成了大尺度天气系统移动和发展的主要原因。作者准备对这一问题作比较详细的分析,本文是这项工作的第一步。

在大尺度运动中,我们假定静力学关系是满足的,这时地转风关系和热成风关系相等价。

本文分两部分来讨论,第一部分目的在于揭示非热成风如何向热成风适应,以及适应过程中的特点。第二部分希望初步阐明热成风建立和破坏的统一过程。

### 二、非地转风情况下,大尺度动力学方程的简化

本节主要处理地转风在不同程度的近似下,大气运动方程的简化。我们主要分析水平特征尺度为1000公里的系统。引入无量纲数  $C_0 = \frac{Z_0}{D_0}$  来表示地转风的近似程度,其中  $Z_0$  和  $D_0$  分别表示相对涡度和辐散的特性量。令  $u = u_g + u'$ ,  $v = v_g + v'$ , 这里  $u_g, v_g$  表示地转风,  $u', v'$  表示地转偏差。由于:

\* 本文1962年8月16日收到,10月30日收到修改稿。

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \zeta_g + \frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y} \sim \frac{V_g}{L},$$

$$D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = \frac{V'}{L},$$

这里  $V_g, V'$  表示地转风和非地转风的特性量, 因此  $\frac{\zeta}{D} \sim \frac{Z_0}{D_0} \sim \frac{V_g}{V'} \sim C_0$ .  $C_0$  相当于地转风与非地转风的比值. 当实测风与地转风交角  $\alpha$  的一般情况已知时,  $C_0$  可近似地由  $C_0 \sim \cot \alpha$  决定出来 (更精确的决定应根据  $\zeta$  和  $D$  的实际观测). 表 1 给出偏差角  $\alpha$  和  $C_0$  的对应值.

表 1

交角 $\alpha$	10°	20°	30°	45°
$c_0$	5.7	2.7	1.7	1

设  $a$  为地球半径,  $\frac{L}{a} \ll 1$ , 不考虑极地附近的地区,

运动方程可写在标准坐标系中. 这时涡度方程为

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \zeta + \omega \frac{\partial \zeta}{\partial p} + \left( \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial p} \right) + \beta v + (f + \zeta) \nabla_2 \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (2.1)$$

辐散方程为:

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla D + D^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left( \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial p} \right) - f \zeta + \beta u = -g \Delta H. \quad (2.2)$$

由于我们考虑的时间不长, 热流入量方程采用绝热形式:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial H}{\partial p} \right) + \mathbf{V} \cdot \nabla \left( \frac{\partial H}{\partial p} \right) + \frac{c^2}{g} \frac{1}{p^2} \omega = 0, \quad (2.3)$$

这里  $c^2 = \alpha RT$ ,  $\alpha = \frac{R}{g} (\gamma_a - \gamma)$ ,  $\gamma_a$  为干绝热垂直递减率,  $\gamma$  为垂直温度梯度. 平均情况下,  $c \sim 89$  米/秒. 引入无量纲数, 令

$$u = V u_1, v = V v_1, \omega = W \omega_1, x = L x_1, y = L y_1, p = P p_1, \quad (2.4)$$

这里  $V \sim 10$  米/秒,  $P \sim 1000$  毫巴. 由连续方程

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0, \quad (2.5)$$

将特性量代入(2.5)式,  $D_0 D_1 + \frac{W}{P} \frac{\partial \omega_1}{\partial p_1} = 0$ , 所以

$$D_0 \sim \frac{W}{P}. \quad (2.6)$$

结合前面的分析,

$$Z_0 \sim \frac{V}{L}. \quad (2.7)$$

无量纲数  $C_0$  是由经验所决定的参数, 对它的规定必须和实际问题本身的情况相一致. 令  $t = T t_1$ ,  $T$  为内形成值, 是运动本身自己规定的, 后面将给出它和其它特性量的关系.

将(2.4), (2.6)和(2.7)等式代入涡度方程

$$\frac{C_0}{fT} \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + R_0 C_0 V_1 \cdot \nabla_1 \zeta_1 + \frac{Z_0}{f} \left( \omega_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial p_1} + \zeta_1 D_1 \right) + R_0 \left( \frac{\partial \omega_1}{\partial x_1} \frac{\partial v_1}{\partial p_1} - \frac{\partial \omega_1}{\partial y_1} \frac{\partial u_1}{\partial p_1} \right) + C_0 F_0 v_1 + D_1 = 0, \quad (2.8)$$

这里  $R_0 = \frac{V}{fL}$ ,  $F_0 = \frac{L \cos \varphi}{a \sin \varphi}$ . 它们随纬度不同而不同. 表 2 给出它们在中纬度的数值.

如果非地转风很强时, 例如  $C_0 \sim 1-1.5$  时, 方程(2.8)中, 因  $\frac{Z_0}{f} \ll 1$ , 除左端第一项未定外, 只有左端最后一项系数为 1, 其它各项最多为  $10^{-1}$ . 因  $T$  为内形成值, 故

$$\frac{C_0}{fT} \sim 1, \quad T = \frac{C_0}{f}. \quad (2.9)$$

丢去小项, 涡度方程简化为:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + f \nabla_2 \cdot \mathbf{V} = 0. \quad (2.10)$$

对于中纬度自由大气的平均情况, 实测风和地转风的交角约为  $10^\circ$ , 在系统发展比较强烈的地区, 估计约为  $20^\circ$  左右. 这时  $C_0 \sim 3-6$ , 故方程(2.8)可简化为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \rho + \beta v + f \nabla_2 \cdot \mathbf{V} = 0. \quad (2.11)$$

令  $H = \delta H H_1$ ,  $\delta H$  也是内形成值. 按地转风关系

$$\delta H = \frac{LfV}{g}. \quad (2.12)$$

将(2.2), (2.3)式进行无量纲化, 则

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_0} \frac{\partial D_1}{\partial t} + \frac{R_0}{C_0} \mathbf{V}_1 \cdot \nabla_1 D_1 + \frac{D_0}{f C_0} \left( \omega_1 \frac{\partial D_1}{\partial p_1} + D_1^2 \right) + 2R_0 \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \frac{\partial u_1}{\partial y_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \frac{\partial v_1}{\partial y_1} \right) + \\ + \frac{D_0}{f} \left( \frac{\partial \omega_1}{\partial x_1} \frac{\partial u_1}{\partial p_1} + \frac{\partial \omega_1}{\partial y_1} \frac{\partial v_1}{\partial p_1} \right) - \zeta_1 + F_0 u_1 = -\Delta_1 H_1, \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t_1} \left( \frac{\partial H_1}{\partial p_1} \right) + R_0 C_0 \mathbf{V}_1 \cdot \nabla \left( \frac{\partial H_1}{\partial p_1} \right) + K_0 \frac{1}{p_1^2} \omega_1 = 0. \quad (2.14)$$

这里

$$K_0 = \frac{C^2}{L^2 f^2}, \quad K_0 \sim 1. \quad (2.15)$$

当  $C_0 \sim 1-1.5$  时, (2.13)和(2.14)式可简化为:

$$\frac{\partial D}{\partial t} - f\rho = -g\Delta H, \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial H}{\partial p} \right) + \frac{c^2}{p^2} \omega = 0. \quad (2.17)$$

当  $C_0 \sim 3-6$  时, (2.13), (2.14) 式应为

$$f\rho = g\Delta H, \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial H}{\partial p} \right) + \mathbf{V} \cdot \nabla \left( \frac{\partial H}{\partial p} \right) + \frac{c^2}{p^2} \omega = 0. \quad (2.19)$$

(2.18) 式相当于地转风近似. 当系统发展时, 非地转风可较强, 为了精确化, (2.15) 式可简化为平衡方程

$$2 \left( \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \right) - f\rho + \beta u = -g\Delta H, \quad (2.20)$$

或者

$$\frac{\partial D}{\partial t} + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \right) - f\rho + \beta u = -g\Delta H. \quad (2.21)$$

从以上分析,主要可以看出下面两点:

1. 实际大气运动是在热成风不断建立和不断破坏的过程中发展的. 为了更好地阐明这一问题,如果能首先了解非热成风如何向热成风适应而后再进一步了解它们的统一过程是有好处的. 但是什么形式的方程能够抓住热成风建立的主要特征,而能丢开其它的次要因素呢? 我们可以这样设想,在实际大气中,如果非地转风要比平均情况大得多,这时运动主要应该表现出向地转风适应,因为只有这样才能使大气经常保持准地转风状态. 因此当  $C_0 \sim 1-1.5$  时,可得简化方程(2.10), (2.16) 和 (2.17), 这组方程应该能描述非地转风向地转风适应的主要特点,但它不能描述形势变化的实际过程.

2. 在分析实际中纬度形势变化时,可采用准地转近似(2.11), (2.18) 和 (2.19) 式. 为了比地转风近似更精确些,辐散方程可采用(2.20) 和 (2.21) 式. 低纬度地区(赤道区域除外),天气系统迅速发展时,非地转风较强,  $C_0 \sim 1$ . 辐散方程用(2.21)式可能是合适的.

### 三、热成风适应的机制

#### 1. 热成风适应的简化方程

本节就是通过方程式(2.5), (2.10), (2.16) 和 (2.17) 来揭示热成风适应的特点. 将

该方程按 Charney 等<sup>[9]</sup> 方法在垂直方向进行如图 1 的差分, 并利用边界条件

$$p = 0 \text{ 时, } \omega_0 = 0; \quad p = 1000 \text{ 毫巴时, } \omega_4 = 0.$$

引入流函数  $\psi$  与速度位势  $\varphi$ , 令

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial x},$$

方程式(2.5), (2.10), (2.16) 和 (2.17) 变为:

$$\frac{\partial \Delta \varphi_1}{\partial t} = -g\Delta H_1 + f\Delta \psi_1, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \Delta \varphi_3}{\partial t} = -g\Delta H_3 + f\Delta \psi_3, \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \Delta \psi_1}{\partial t} = -f\Delta \varphi_1, \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \Delta \psi_3}{\partial t} = -f\Delta \varphi_3, \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (H_1 - H_3) - \frac{2c^2}{pg} \omega_2 = 0, \quad (3.5)$$

$$\Delta \varphi_1 = -\frac{2}{p} \omega_2, \quad (3.6)$$

$$\Delta \varphi_3 = \frac{2}{p} \omega_2. \quad (3.7)$$

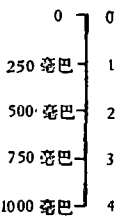


图 1

这里  $P = 1000$  毫巴。上列方程只是两层模式，十分简单，但也抓住大气斜压性这一基本特点。

## 2. 热成风适应的机制与垂直运动发生的原则

称  $\Delta\psi$  为流场的涡度， $\frac{g}{f}\Delta H$  为等压面位势场涡度； $\Delta(\psi_1 - \psi_3)$  为流场的热成风涡度， $\frac{g}{f}\Delta(H_1 - H_3)$  为厚度场和温度场的热成风涡度。为了形象化，把  $\frac{g}{f}\Delta(H_1 - H) > 0$  称为冷的涡度， $\frac{g}{f}\Delta(H_1 - H_3) < 0$  称为暖的涡度。

用一个如图 2 的例子来说明热成风适应的机制。设在 250 毫巴一层满足地转风，即  $g\Delta H_1 = f\Delta\psi_1$ ；而 750 毫巴这一层地转风不满足，例如  $g\Delta H_3 > f\Delta\psi$ ，即该层涡旋中心气压低于流场地转平衡所要求的。从热成风涡度来看，这时  $g\Delta(H_1 - H_3) < f\Delta(\psi_1 - \psi_3)$ ，即涡旋中心平均温度场大于热成风所要求的。在这种初始条件下，在 750 毫巴由于地转偏向力的作用，将引起辐合，造成上升运动。这种上升运动，一方面将导致 250 毫巴的辐散，另一方面将引起绝热降温。这样下层辐合，上层辐散，在流场上将引起  $\Delta(\psi_1 - \psi_3)$  的减小，在温度场上由于上升降温，将引起  $g\Delta(H_1 - H_3)$  增加，上升运动发展到一定阶段必然达到热成风平衡。直接从方程来看，将 (3.1) 和 (3.2) 式相减，并利用 (3.6) 和 (3.7) 式得

$$\frac{\partial\omega_2}{\partial t} = \frac{P}{4} g\Delta(H_1 - H_3) - \frac{Pf}{4} (\Delta\psi_1 - \Delta\psi_3). \quad (3.8)$$

表示热成风关系不满足时，可造成垂直运动。当温度场大于流场的热成风涡度时， $\frac{\partial\omega_2}{\partial t} > 0$ ，即有利于下沉运动；当温度场小于流场的热成风涡度时， $\frac{\partial\omega_2}{\partial t} < 0$ ，促使上升运动。可称它为热成风适应过程中垂直运动发生的原则。

从上面分析来看，适应过程和温度垂直递减率  $\gamma$  的关系很大。当大气处于静力不稳定或湿绝热条件不稳定时，依靠上述过程，在某些情况下，可使热成风平衡无法达到，造成热成风适应的对流不稳定。这时可造成大尺度的热对流现象，它不同于自由对流，而是适应过程所强迫形成的。这现象在低纬大尺度运动中，有很重要的意义。作者对此将另文讨论。

这里讨论的机制和正压情形<sup>[1,3]</sup>有所不同。在正压情形，地转平衡是通过自由面的上升和下降，或整层质量的辐合辐散来调节的。在斜压情形，非地转风造成垂直运动，通过垂直运动来调节流场和温度场之间的关系。在我们的边界条件下，整个空气柱的散度为零，类似于自由面的作用被忽略了，单纯考虑斜压的特点。这相当于忽略了惯性外波，保

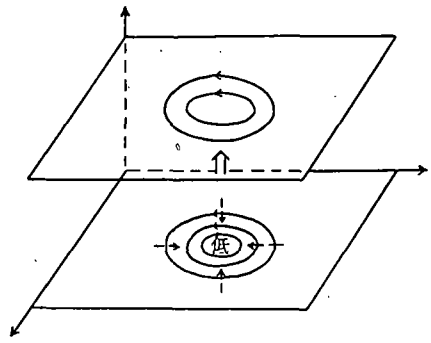


图 2

存了惯性内波。

### 3. 惯性波与适应

在图 2 的例子中,达到热成风平衡前,垂直运动是加速的,刚达平衡时,加速度为零,但  $\omega_2$  本身达极大值。由于惯性作用,  $\omega_2$  将继续存在,形成和初始状态相反的非热成风。这相反的非热成风,再使  $\omega_2$  减速为零。这样,  $\omega_2$  将形成绕平衡点往来的振动,并以波的形式向四周传播,这就形成了惯性波。

将(3.8)式对时间微商,并利用(3.3)和(3.4),(3.5)式得:

$$\frac{\partial \omega_2}{\partial t} = \frac{c^2}{2} \Delta \omega_2 - f^2 \omega_2. \quad (3.9)$$

这惯性波方程和正压<sup>[3]</sup>时相似。当  $\gamma < \gamma_a$  时,  $c^2 > 0$ 。(3.9) 式为双曲型的量子力学中 Klein 方程<sup>1)</sup>。当  $\gamma > \gamma_a$ , 或条件不稳定  $\gamma > \gamma_m$  时,  $c^2 < 0$ , (3.9) 式为椭圆型的。这两种情况下,方程具有原则的区别。本文只讨论  $c^2 > 0$  的情形,  $c^2 < 0$  将另文讨论。

求下列初始条件,

$$\omega_2|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial \omega_2}{\partial t} \Big|_{t=0} = \frac{P}{4} f \zeta'_{T_0} = g(x, y) \quad (3.10)$$

下,(3.9)式的柯希问题的解。这里

$$\zeta'_T = (\zeta_1 - \zeta_3) - \frac{g}{f} \Delta(H_1 - H_3), \quad (3.11)$$

表示非热成风涡度。这时(3.9)式的解为

$$\omega_2(x, y, t) = \frac{f}{2\pi c_1^2} \iint_{\rho < c_1 t} \frac{\cos \sqrt{f^2 t^2 - \rho^2/L_0^2}}{\sqrt{f^2 t^2 - \rho^2/L_0^2}} g(\xi, \eta) d\xi d\eta. \quad (3.12)$$

其中

$$L_0 = \frac{c_1}{f}, \quad \rho = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}. \quad (3.13)$$

这里  $L_0$  相当于 Rossby<sup>[1]</sup> 中的“变形半径”(radius of deformation),或者相当于 Обухов<sup>[3]</sup>

$\varphi$	$L_0$
30°	860 公里
45°	610 公里
60°	500 公里
90°	460 公里

中的作用半径。我们称它为适应的特征水平尺度。  $c_1^2 = \frac{c^2}{2}$ , 当  $\gamma = 0.6^\circ\text{C}/100$  米时,  $c_1 = 63.1$  米/秒。表 3 给出了该情况下不同纬度  $L_0$  的值,它比正压时要小。如果层结比较稳定,  $L_0$  要增大。作为一个特例,考虑初始时刻,非热成风只在  $x^2 + y^2 \leq R$  的圆形区域  $K$  内存在,即

$$\frac{\partial \omega_2}{\partial t} \Big|_{t=0} = g(x, y) = \begin{cases} -\frac{P}{4} f \zeta'_{T_0} = -\frac{P}{4} f A, & \text{当 } (x, y) \in K \text{ 时,} \\ 0, & \text{当 } (x, y) \notin K \text{ 时,} \end{cases} \quad (3.14)$$

设  $A = 2 \times 10^{-5}$  秒<sup>-1</sup>为大于零的常数,  $R = 500$  公里,相当于绕区域  $K$  有 5 米/秒的非热

1) 例如可参看伊凡宁柯的“经典场论”一书,第 81 页,科学出版社,1960 年出版。

成风。为了便于下面的分析，对  $\zeta'_{T_0}$  具体规定如下：在起始时刻，没有水平温度梯度，即  $H_1 - H_3$  为常数，上层为气旋式环流，下层为反气旋式环流，即  $\zeta_1 - \zeta_3 = A > 0$ 。

现在分析(3.12)式的性质，如图 3，考虑区域 K 外一点 P(x, y)，它与 K 的最短距离为  $\rho_1$ ，当  $c_1 t < \rho_1$  时，扰动还没有传至 P 点。从  $t = \frac{\rho_1}{c_1}$  开始，P 点发生扰动，到  $c_1 t > \rho_1 + 2R$  以后，则

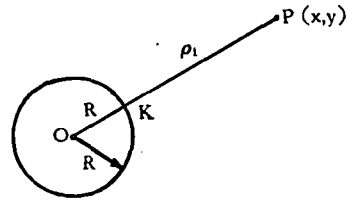


图 3

$$\omega_2(x, y, t) = \frac{f}{2\pi c_1^2} \iint_K g(\xi, \eta) \frac{\cos \sqrt{f^2 t^2 - \rho_0^2/L_0^2}}{\sqrt{f^2 t^2 - \rho_0^2/L_0^2}} d\xi d\eta,$$

表示垂直运动的振动，当  $t \rightarrow \infty$  时， $\omega_2 \rightarrow 0$ 。

如果在有限区域内出现非热成风，适应过程中产生的垂直运动的扰动，将以波的形式向四周传播。它的传播速度分布在 0 与  $c_1$  ( $c_1 \sim 63$  米/秒) 之间， $c_1$  为前阵面的传播速度，没有后阵面。经过一段时间后，被扰动的点将形成随时间衰减的振动。

现考察 K 的中心 O 点的运动：

$$\left. \begin{aligned} \text{当 } t \leq \frac{R}{c_1} \text{ 时, } \omega_2(0, t) &= -\frac{P}{4} \frac{f^2}{c_1^2} A \int_0^{c_1 t} \frac{\cos \sqrt{f^2 t^2 - \rho^2/L_0^2}}{\sqrt{f^2 t^2 - \rho^2/L_0^2}} \rho d\rho = -\frac{PA}{4} \sin ft, \\ \text{当 } t \geq \frac{R}{c_1} \text{ 时, } \omega_2(0, t) &= -\frac{Pf^2 A}{4c_1^2} \int_0^R \frac{\cos \sqrt{f^2 t^2 - \rho^2/L_0^2}}{\sqrt{f^2 t^2 - \rho^2/L_0^2}} \rho d\rho = \\ &= -\frac{PA}{4} (\sin ft - \sin \sqrt{f^2 t^2 - R^2/L_0^2}). \end{aligned} \right\} (3.15)$$

由图 4 可知，当  $t = 2.22$  小时时，上升运动为 3.84 厘米/秒<sup>1)</sup> 达极大值，24 小时后，振幅就小于 1 毫米/秒。当  $t \rightarrow \infty$  时， $\omega_2(0, t) \rightarrow 0$ 。

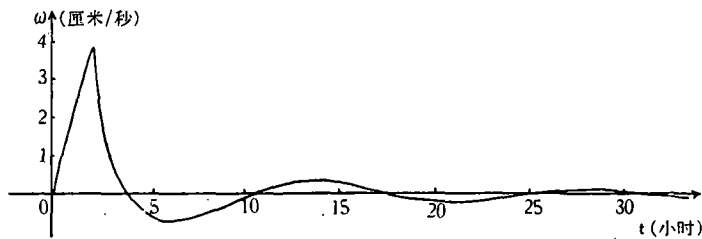


图 4 中心 O 点 500 毫巴高度垂直运动随时间的变化

由垂直运动的变化可转化为平均温度场或位势场的变化。利用 (3.1) — (3.5) 式可得

$$gH_1 - gH_{10} = \frac{c^2}{P} \int_0^t \omega_2 dt. \quad (3.16)$$

将(3.15)式代入(3.16)式，进行积分，得

1) 这里米/秒是采用 500 毫巴温度为  $-20^\circ\text{C}$  换算的。

$$\left. \begin{aligned} \text{当 } t \leq R/c_1 \text{ 时, } gH_1 - gH_{10} &= -\frac{c^2 A}{2f} (1 - \cos ft) \\ \text{当 } t \geq R/c_1 \text{ 时, } gH_1 - gH_{10} &= -\frac{c^2 A}{2} \left[ \frac{1}{f} (1 - \cos ft) - \right. \\ &\quad \left. - \int_{R/c_1}^t \sin \sqrt{f^2 t^2 - R^2/L_0^2} dt \right]. \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

从图5可以看出, 250毫巴等压面在开始时下降, 经过约4小时下降最大, 大约下降41位势米。而后围绕平衡位置振动, 8小时后, 振幅小于10位势米; 12小时后, 振幅小于5位势米。如起始有非地转风, 经过 $t$ 时间后趋向于地转风, 称 $t$ 为适应时间。从上例可

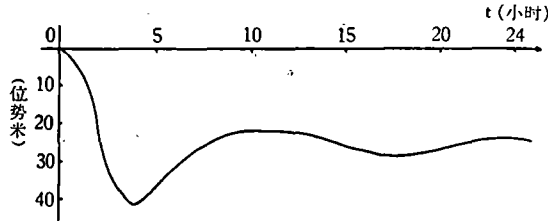


图5 0点250毫巴等压面随时间的变化

以看出, 只有当 $t \rightarrow \infty$ 时, 才严格达到地转风。但在实际情况下, 只要惯性波振幅足够小时, 即可看成是地转风。上例中如果10位势米的振幅可不计, 则适应时间为8小时; 如5位势米的振幅可不计, 适应时间为12小时, 利用这种方法决定的适应时间为近似适应时间。近似适应时间和起始状态的纬度、扰动的水平尺度以及垂直减温率等有关。

#### 四、适应过程中流场温度场的相互调整

##### 1. 最终状态的解

由(3.3), (3.5)和(3.6)式, 得

$$\frac{\partial}{\partial t} (H_3 - H_1) + \frac{c^2}{fg} \frac{\partial \Delta \psi_1}{\partial t} = 0,$$

故

$$\Delta \psi_1 - \frac{fg}{c^2} (H_1 - H_3) = \Delta \psi_{10} - \frac{fg}{c^2} (H_{10} - H_{30}). \quad (4.1)$$

这里 $H_{10}$ 等的下角表示初值。同理

$$\Delta \psi_3 + \frac{fg}{c^2} (H_1 - H_3) = \Delta \psi_{30} + \frac{fg}{c^2} (H_{10} - H_{30}). \quad (4.2)$$

起始非地转风, 经过适应时间 $t$ 后, 将达到地转状态, 即 $\bar{H}_1 = \frac{f}{g} \bar{\psi}_1$ ,  $\bar{H}_3 = \frac{f}{g} \bar{\psi}_3$ 。并利用无穷远处速度为零的条件, 则方程(4.1)和(4.2)的解为

$$\bar{\psi}_1(x, y) = -\frac{1}{4\pi} \iint \Omega_0(\xi, \eta) K_0 \left( \frac{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}}{L_0} \right) d\xi d\eta + \frac{1}{2} (\psi_{10} + \psi_{30}), \quad (4.3)$$



$$\bar{\psi}_3(x, y) = \frac{1}{4\pi} \iint \Omega_0(\xi, \eta) K_0 \left( \frac{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}}{L_0} \right) d\xi d\eta + \frac{1}{2} (\psi_{10} + \psi_{30}). \quad (4.4)$$

这里

$$\Omega_0 = \Delta(\psi_{10} - \psi_{30}) - \frac{2fg}{c^2} (H_{10} - H_{30}), \quad (4.5)$$

$L_0 = \frac{c}{\sqrt{2f}}$  为适应的特征水平尺度,  $K_0(x)$  为零阶麦克唐诺函数.

根据(4.3)和(4.4)式, 可计算适应后流场和温度场的相互调整. 由于模式的限制, 我们只能考虑对流层中上层(250—750毫巴之间)的系统. 下面给出几个例子.

例1: 如图6, 起始状态250毫巴为气旋式流场, 750毫巴为反气旋式流场, 但两层均没有位势场. 起始流场的形式与文献[3]中相似, 即

$$\left. \begin{aligned} \psi_{10} &= -A \left[ 2 + \left( \frac{R}{L_0} \right)^2 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] e^{-\frac{r^2}{2R^2}} = \psi_0(x, y), \\ \psi_{30} &= A \left[ 2 + \left( \frac{R}{L_0} \right)^2 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] e^{-\frac{r^2}{2R^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

其中涡旋半径  $R = 1000$  公里,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ , 纬度为  $60^\circ$  时,  $L_0$  为 500 公里. 这时由(4.3)可得:

$$\bar{\psi}_1(x, y) = -A \left[ 2 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] e^{-\frac{r^2}{2R^2}}.$$

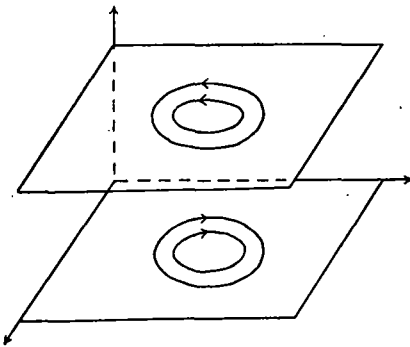


图 6

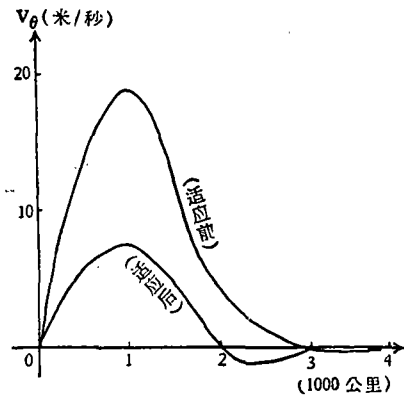


图 7

取  $A = 4 \times 10^6$  米<sup>2</sup>/秒, 计算结果如图7. 在  $r = 1000$  公里处, 风速由适应前的 18.6 米/秒变为 6.2 米/秒, 减小了 0.43 倍. 在正压的情形下<sup>[3]</sup>, 同样这种尺度, 风速为原来的 0.97 倍, 斜压性大大加强了对流场的改变.

适应前, 250 毫巴等压面高度场如为常数  $C_1$ , 适应后为

$$g\bar{H}_1 = -fA \left[ 2 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] e^{-\frac{r^2}{2R^2}} + C_1.$$

计算结果如图8, 涡旋中心 250 毫巴等压面下降了 102 位势米. 250—750 毫巴间的平均

温度也发生了减小,如图 9,中心下降了 6.4°C,形成了 0.36°C/100 公里的平均温度梯度。

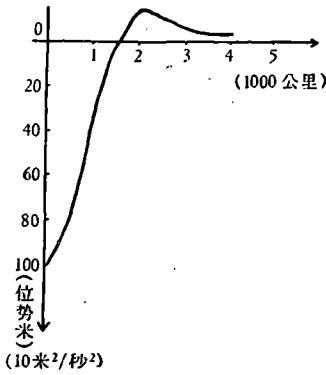


图 8 适应后 250 毫巴位势场的分布

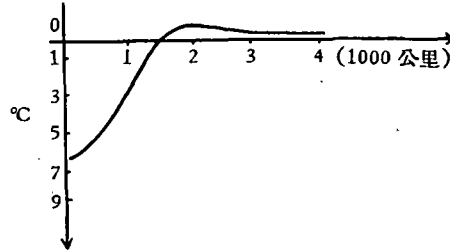


图 9 适应后 250—750 毫巴間平均温度变化

例 2: 設起始温度場为暖中心, 在位势場上, 250 毫巴为高压中心, 750 毫巴为低压中心, 而上下层流場均为零。位势場在地轉风的绝对量上和上例相同。即

$$\left. \begin{aligned} gH_{10} &= fA \left[ 2 + \left(\frac{R}{L_0}\right)^2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right] e^{-\frac{r^2}{2R^2}} + C_1, \\ gH_{30} &= -fA \left[ 2 + \left(\frac{R}{L_0}\right)^2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right] e^{-\frac{r^2}{2R^2}} + C_3, \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

由(5.3)式得:

$$\bar{\psi}_1(x, y) = \frac{1}{\pi} \frac{f^2 A}{c^2} \iint \left[ 2 + \left(\frac{R}{L_0}\right)^2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right] e^{-\frac{r^2}{2R^2}} K_0 \left( \frac{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}}{L_0} \right) d\xi d\eta. \quad (4.8)$$

令  $x = L_0 x_1, y = L_0 y_1, \xi = L_0 \xi_1, \eta = L_0 \eta_1$ , 并利用极坐标, 則(4.8)式为:

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_1(r_1) &= \frac{2f^2 A L_0}{2} e^{-\frac{r_1^2}{8}} \left\{ \int_0^\infty \left[ 6 - \frac{1}{4} (r_1^2 + \rho^2) \right] e^{-\frac{\rho^2}{8}} \rho K_0(\rho) I_0 \left( \frac{\rho r_1}{4} \right) d\rho + \right. \\ &\quad \left. + \frac{r_1}{2} \int_0^\infty \rho^2 e^{-\frac{\rho^2}{8}} K_0(\rho) I_1 \left( \frac{\rho r_1}{4} \right) d\rho \right\}, \end{aligned} \quad (4.9)$$

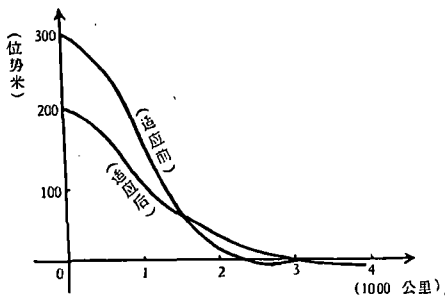


图 10 初始与适应后 250 毫巴的位势场

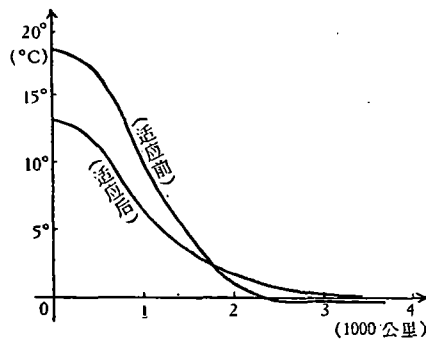


图 11 初始与适应后 250—750 毫巴之間的平均温度场

这里  $r_1 = x_1^2 + y_1^2$ ,  $I_0(x)$ ,  $I_1(x)$  为零阶和一阶虚变量 Bessel 函数。用数积分算出 (4.9) 式, 在适应过程中, 由于涡旋中心的上升作用, 温度场和位势场中心强度都减小了三分之一, 如图 10 和图 11。而在流场上, 如图 12, 250 毫巴形成了风速最大、强度为 12.4 米/秒的涡旋, 最大风速位置离中心 750 公里。

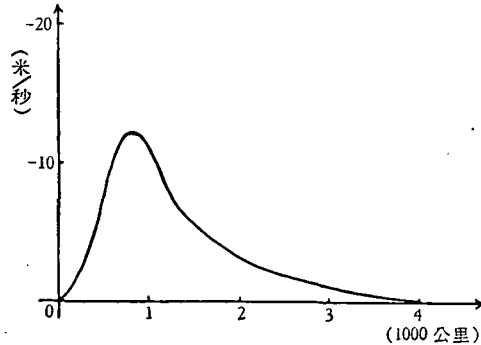


图 12 适应后 250 毫巴流场分布  
(负号表示反气旋式流场)

本例中, 如果起始温度场是来源于中心为暖的温度平流作用(对于其它如加热作用等也一样), 所造成的热成风被破坏, 当由适应来恢复热成风平衡时, 造成上层加压和下层减压。相反地, 如果中心为冷的冷平流作用时, 则上层减压, 下层加压。

例 3. 将前两例结合。初始流场采用(4.5)式, 初始位势场采用(4.7)式。这时流场上的热成风相当于对应着冷的中心, 在温度场上则对应着暖的中心。它们的大小正好相等, 方向相反。

图 13, 14, 15 为适应后的计算结果, 可以看出, 流场主要是向温度场调整的。将图 13 和图 7 的适应前的风速分布作比较, 250 毫巴已由最大风速为 18.8 米/秒的气旋式涡

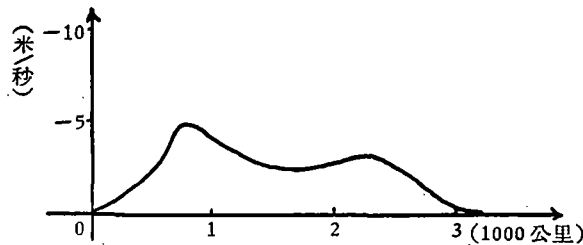


图 13 适应后的风速分布  
(负号表示反气旋式环流)

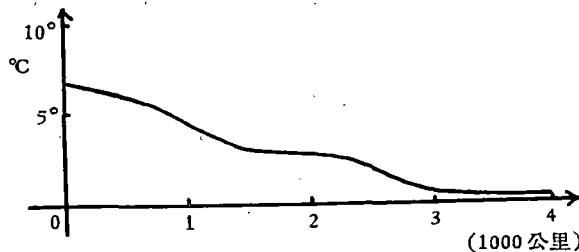


图 14 适应后的温度场

旋轉化为风速达 5 米/秒的反气旋涡旋。而在图 14 上,温度場仍为暖中心,中心强度为初始时的 27.2%。

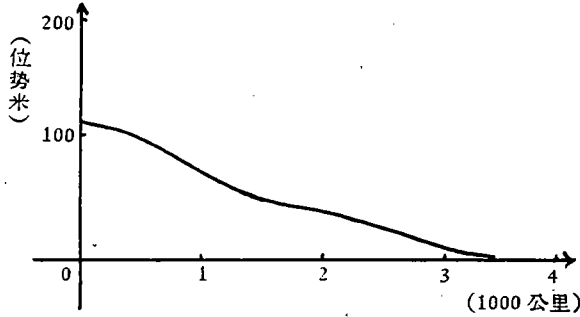


图 15 适应后 250 毫巴的位势場

### 2. 流場温度場相互調整与水平尺度的关系

叶篤正<sup>[6]</sup>曾指出在正压情况下水平尺度愈大,适应过程中流場的改变将愈大。这个結論,对我們的斜压情形也是正确的。但使温度場(或气压場)能起决定作用的水平尺度,已比正压时大为减小。我們是根据初始流場和温度場的热成风大小相等、方向相反的条件,考察它們适应后向哪个方向調整,并由此来决定流場温度場相互調整的特点。我們令

$$\Delta\psi = -\frac{1}{L^2}\psi, \tag{4.10}$$

这里  $\frac{1}{L^2}$  相当于算子  $\Delta$  的特征值,  $\psi$  为特征函数。我們称  $L$  为扰动的水平尺度(在作正弦形的特征扰动时,它和波长有关)。将(4.10)式代入(4.5)式,并利用初始时流場温度場的热成风大小相等、方向相反的条件,則

$$f\Delta(\psi_{10} - \psi_{30}) - \frac{2f^2}{c^2}(gH_{10} - gH_{30}) = \left(\frac{1}{L^2} - \frac{1}{L_0^2}\right)(gH_{10} - gH_{30}). \tag{4.11}$$

当  $L < L_0$  时,  $\left(\frac{1}{L^2} - \frac{1}{L_0^2}\right) > 0$ , 則  $\Omega_0$  与  $\Delta\psi_{10}$  同号,根据(4.3)式可知温度場主要向流場适应。当  $L > L_0$  时,則相反,流場主要向温度場适应。

在例 3 中,如果初始場的形式仍不变,  $L_0$  和  $A$  值仍相同,但涡旋的半径减小为  $R = 300$  公里。因这时  $R < L_0$ , 适应結果应和例 3 中相反,温度場应该主要向流場調整。图 16 为适应后的計算結果,250 毫巴仍为一气旋式涡旋,最大风速为 3.9 米/秒。而温度場

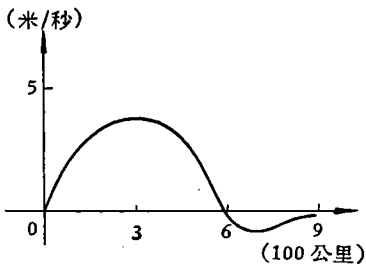


图 16 适应后 250 毫巴流場

則由暖中心轉化为冷中心,250 毫巴位势場由高位势区轉化为低位势区。因此,适应的特征水平尺度  $L_0$ , 具有很重要的意义。对于对流层中上层(250—750 毫巴之間)的斜压系統,它决定着流場主要向温度場适应,还是温度場主要向流場适应的临界尺度。

在实际大气中,对流层中上层斜压系統的水平尺度一般都比  $L_0$  大,因此对于它們的形成,温度場的作用决不应该有任何忽視。根据天气分析的經驗,当高

空斜压系统发展时,常伴有冷平流高层减压,暖平流高层加压的现象;这和热成风适应使流场向温度场调整有很大关系。

### 参 考 文 献

- [1] Rossby, C. G., *J. Marine Res.* **1** (1937), 15—27.
- [2] Rossby, C. G., *J. Marine Res.* **1** (1938), 239—268.
- [3] Обухов, А. М., *Изв. АН СССР. Сер. Геогр. и Геофиз.* **13** (1949), 281—306.
- [4] Воин, *Tellus*, **5** (1953), 373—385.
- [5] Кибель, И. А *Док. АН СССР.* **104** (1955), 60—63.
- [6] Уэх. Т. С. (叶篤正) *J. of Met. of Japan*, The 75th anniversary volume, 1957, 130—134.
- [7] 叶篤正、朱抱真, 大气环流的若干基本问题, 科学出版社, 1958.
- [8] Монин, А. С., *Изв. АН СССР. Сер. Геофиз.* 1958, 497—514.
- [9] Charney, J. and Phillipps, N., *J. of Met.* **10** (1953), 71—99.

## ON THE FORMATION AND THE DESTRUCTION OF THERMAL WIND IN A SIMPLE BAROCLINIC ATMOSPHERE

CHEN CHU-SHIH  
(Peking University)

### ABSTRACT

In this paper, the principle of the variation of the vertical motion in the adjusting process of the thermal wind is discussed by means of a simple two-layer baroclinic model. When the thermal wind vorticity in wind field is larger than that in temperature field, the ascending motion must be accelerated, and vice versa.

For the baroclinic system in the upper troposphere between 250 mb and 750 mb, the temperature field is adjusted towards wind field when the scale of the system is smaller than a critical scale  $L_0$ , and the reversed is true when the scale of the system is larger than  $L_0$ . This is demonstrated by calculated examples in which two horizontal scales are used. They are about 1000 km and 300 km respectively. In the former (1000 km), the adjustment is mainly towards the temperature field, and later is mainly towards the wind field.

According to the contrast between the rate of the formation of the thermal wind and that of the destruction, we elucidate primarily the physical process of the formation of the quasi-geostrophic motion and non-geostrophic motion.

Finally we applied the method proposed in present paper to examine the baroclinic instability of the long wave, and then clarify the vorticity mechanism of the baroclinic instability.