

## 长波的垂直结构和它的移动与发展的关系\*

叶笃正 陈雄山  
(中国科学院地球物理研究所)

### 提 要

本文利用线性两层模式讨论了对流层上部和下部扰动的发展和移动,以及它们之间相互关系。有以下主要结果:

1. 一般常用的“温度波落后于气压波,扰动发展”这一规则,对于超长波(波长大于 10000 公里)只适用于对流层上部,对于波长为 7000 公里左右的长波自对流层中部以上皆可应用,对于较短的长波整个对流层皆可应用。

2. 当  $\bar{u}_1 - \bar{u}_3 < \frac{\beta L^2}{4\pi^2}$  槽线或脊线随高度向西倾斜时,扰动的上层发展,下层阻尼;向东倾斜时,上层阻尼,下层发展。当  $\bar{u}_1 - \bar{u}_3 > \frac{\beta L^2}{4\pi^2}$  时,上下层同时发展。

3. 温度波和高度波的移速可以不同,甚至方向可以相反;无论在上层或下层,当脊移进辐散区或槽移进辐合区时,扰动发展;当脊移进辐合区或槽移进辐散区时,扰动阻尼。

4. 扰动的振幅和移速随时间而变,它不仅决定于基本流场的参数和扰动的波长,同时决定于扰动本身的上下结构。

5. 周期性变化的稳定波在发展时期,其振幅的发展一天可达两倍半以上。因此日常所观测到的环流的巨大变化是否都属于一般所谓的西风带不稳定的现象值得深入研究。

### 一、引 言

自从长波被发现<sup>[1]</sup>以来,它的移动、发展和阻尼就成为大型天气演变过程中的一个非常重要的问题。以往的天气学研究对此已积累了不少经验。对于其中的一些经验也给予了定性的理论分析,如在对流层中上层中,当温度波落后于气压波时,扰动将要发展,前者赶上后者时,则扰动阻尼。再者,同一长波它的移速可以随时随地发生变化。Ogura<sup>[2]</sup>和 Manabe<sup>[3]</sup>等从理论上得到了这些结果。长波的迅速加深,一天之内它的振幅可以增加一两倍或者更多,这种现象更是理论工作者们讨论的对象。理论工作者们把这种现象称之为不稳定。这方面的理论研究最早有赵九章<sup>[4]</sup>和 Charney<sup>[5]</sup>等人的工作。正压大气中长波不稳定的研究,则开始于郭晓岚<sup>[6]</sup>。这些理论虽然揭露了这些现象的一些物理本质,但是许多问题还值得深究,例如“温度波落后于气压波时,扰动发展”这条规律是否在任何情况下都能适用?对于超长波而言, Wiin-Nielsen<sup>[7]</sup>就曾指出温度波和气压波可以互不干扰

\* 本文 1962 年 7 月 26 日收到, 9 月 26 日收到修改稿。

地移动。再有长波的迅速加深是否必须是一般所谓的不稳定波？在以往的理论研究中，长波的移速和发展速率等等都被认为决定于基本流场的参数和波长，而和长波的本身结构无关，这是否合理？凡此种种都还值得深入研究。

还有一些现象，如有的扰动在上层发展，下层不发展；有的下层发展，上层不发展；有的上下层同时发展，这种现象还未得到理论上的探讨。

对于上述这些问题本文将从线性理论出发加以讨论。

## 二、方程组及其解

取线性化的地转两层模式，并设变数与  $y$  无关，我们有

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_1 \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial^2 \phi'_1}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial \phi'_1}{\partial x} &= \lambda^2 \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\phi'_1 - \phi'_3) - \bar{u}_1 \frac{\partial \phi'_3}{\partial x} + \bar{u}_3 \frac{\partial \phi'_1}{\partial x} \right], \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_3 \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial^2 \phi'_3}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial \phi'_3}{\partial x} &= -\lambda^2 \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\phi'_1 - \phi'_3) - \bar{u}_1 \frac{\partial \phi'_3}{\partial x} + \bar{u}_3 \frac{\partial \phi'_1}{\partial x} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 1 和 3 分别表示 250 毫巴和 750 毫巴等压面上的变数，符号“—”表示沿纬圈的平均， $\phi'_i (i = 1, 3)$  表示扰动位势高度 ( $gz$ )， $\lambda^2 = f^2 \theta_2 (\theta_1 - \theta_3)^{-1} (\phi_1 - \phi_3)^{-1}$ ，为描写静力稳定度的参数，在本文中取作常数值，其余符号皆为气象中常用的符号。

设初值扰动为：

$$\varphi'_1(x, 0) = E_1 \sin mx, \quad \varphi'_3(x, 0) = E_3 \sin (mx + \theta), \quad (2)$$

则(1)式的解答为

$$\left. \begin{aligned} \varphi'_1(x, t) &= D_1(t) \sin [mx - v_1(t)], \\ \varphi'_3(x, t) &= D_3(t) \sin [mx - v_3(t)]. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} D_1(t) &= \left[ A_x^2 + \frac{1}{4} A_h^2 + A_x A_h \cos (B_x - B_h) \right]^{\frac{1}{2}}, \\ D_3(t) &= \left[ A_x^2 + \frac{1}{4} A_h^2 - A_x A_h \cos (B_x - B_h) \right]^{\frac{1}{2}}, \\ v_1(t) &= \tan^{-1} \left( \frac{2A_x \sin B_x + A_h \sin B_h}{2A_x \cos B_x + A_h \cos B_h} \right), \\ v_3(t) &= \tan^{-1} \left( \frac{2A_x \sin B_x - A_h \sin B_h}{2A_x \cos B_x - A_h \cos B_h} \right), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

而

$$\left. \begin{aligned} A_x(t) &= [K_1^2 + K_2^2 + 2K_1 K_2 \cos \{(\alpha - \sigma)t + \delta_1 - \delta_2\}]^{\frac{1}{2}}, \\ A_h(t) &= [K_3^2 + K_4^2 + 2K_3 K_4 \cos \{(\alpha - \sigma)t + \delta_3 - \delta_4\}]^{\frac{1}{2}}, \\ B_x(t) &= \tan^{-1} \left[ \frac{K_1 \sin (\alpha t + \delta_1) + K_2 \sin (\sigma t + \delta_2)}{K_1 \cos (\alpha t + \delta_1) + K_2 \cos (\sigma t + \delta_2)} \right], \\ B_h(t) &= \tan^{-1} \left[ \frac{K_3 \sin (\alpha t + \delta_3) + K_4 \sin (\sigma t + \delta_4)}{K_3 \cos (\alpha t + \delta_3) + K_4 \cos (\sigma t + \delta_4)} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

同时

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \left\{ \left[ E_3 \sin \theta \left( \frac{1}{2} A_1 - A_3 \right) \right]^2 + \left[ \frac{1}{2} A_1 (E_1 + E_3 \cos \theta) + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + A_3 (E_1 - E_3 \cos \theta) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \\
 K_2 &= - \left\{ \left[ E_3 \sin \theta \left( \frac{1}{2} A_2 - A_3 \right) \right]^2 + \left[ \frac{1}{2} A_2 (E_1 + E_3 \cos \theta) + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + A_3 (E_1 - E_3 \cos \theta) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \\
 K_3 &= - \left\{ \left[ E_3 \sin \theta \left( \frac{1}{2} A_4 + A_2 \right) \right]^2 + \left[ -\frac{1}{2} A_4 (E_1 + E_3 \cos \theta) + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + A_2 (E_1 - E_3 \cos \theta) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \\
 K_4 &= - \left\{ \left[ E_3 \sin \theta \left( -\frac{1}{2} A_4 - A_1 \right) \right]^2 + \left[ \frac{1}{2} A_4 (E_1 + E_3 \cos \theta) - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - A_1 (E_1 - E_3 \cos \theta) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \\
 \delta_1 &= \tan^{-1} \frac{E_3 \sin \theta \left( \frac{1}{2} A_1 - A_3 \right)}{-\frac{1}{2} A_1 (E_1 + E_3 \cos \theta) - A_3 (E_1 - E_3 \cos \theta)}, \\
 \delta_2 &= \tan^{-1} \frac{E_3 \sin \theta \left( -\frac{1}{2} A_2 + A_3 \right)}{\frac{1}{2} A_2 (E_1 + E_3 \cos \theta) + A_3 (E_1 - E_3 \cos \theta)}, \\
 \delta_3 &= \tan^{-1} \frac{E_3 \sin \theta \left( \frac{1}{2} A_4 - A_2 \right)}{-\frac{1}{2} A_4 (E_1 + E_3 \cos \theta) + A_2 (E_1 - E_3 \cos \theta)}, \\
 \delta_4 &= \tan^{-1} \frac{E_3 \sin \theta \left( -\frac{1}{2} A_4 + A_1 \right)}{\frac{1}{2} A_4 (E_1 + E_3 \cos \theta) - A_1 (E_1 - E_3 \cos \theta)}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

这里  $\alpha, \sigma, A_1, A_2, A_3, A_4$  等都是  $\bar{u}_1, \bar{u}_3, \lambda^2, \beta$  等参数与初值  $(E_1, E_3, \theta)$  和  $m$  的函数。关于它们的函数形式，文中不再给出，用到时再予以讨论。

对 (4) 式中的  $v_1(t)$  和  $v_3(t)$  进行微分，即可求出 1 和 3 层上波动的位相速度  $C_1$  和  $C_3$ ，

$$C_1 = \frac{1}{m} \frac{dv_1}{dt}, \quad C_3 = \frac{1}{m} \frac{dv_3}{dt}. \tag{7}$$

令

$$\varphi_2 = \frac{1}{2} (\varphi_1' + \varphi_3'), \quad h = \varphi_1' - \varphi_3', \tag{8}$$

$\phi'_2$  和  $h$  可以分别看作 500 毫巴位势高度和 1, 3 两层的厚度, 将(3)式代入(8)式, 即可求出它们的表达式,  $h$  亦即模式中的上下平均扰动温度。

由(3)和(7)两式可以看出  $\phi'_1$  和  $\phi'_3$  的振幅和移速都是随时间作周期性变化的, 此在文献[2]和[7]等中均已指出过。

由于  $D_1(t)$ ,  $D_3(t)$ ,  $v_1(t)$  和  $v_3(t)$  等都是基本流场各参数、初值 ( $E_1$ ,  $E_3$ ,  $\theta$ ) 和  $m$  的复杂函数, 很难由它们的解析形式看出它们的变化, 因此以下均采取了数值分析, 所取参数值如下:  $\lambda^2 = 1.5 \times 10^{-12}$  米<sup>-2</sup>,  $\bar{u}_1 = 21$  米/秒,  $\bar{u}_3 = 9$  米/秒,  $\beta = 14 \times 10^{-12}$  米<sup>-1</sup> 秒<sup>-1</sup>, 波长 ( $2\pi/m$ ) 取了三种, 它们分别为沿  $45^\circ$  緯圈 2 个波 ( $L_2$ )、4 个波 ( $L_4$ ) 和 6 个波 ( $L_6$ ),  $L_2 = 14151$  公里,  $L_4 = 7075$  公里,  $L_6 = 4717$  公里。在上述的参数下,  $L_2$  和  $L_4$  是稳定波,  $L_6$  是不稳定波。对于每一波长都取了两种初值: (a)  $E_1 = E_3 = 100$  米,  $\theta = \pi$ , (b)  $E_1 = 300$  米,  $E_3 = 100$  米,  $\theta = 0$ 。第一种初值为上下扰动强度相同, 但位相相反(上槽下脊, 上脊下槽), 在 500 毫巴上, 则无高度波 ( $z_2 = 0$ ), 只有厚度波。第二种初值为上下扰动位相相同, 强度则上层强, 在 500 毫巴上则高度波和温度波相重。两种迥然不同的初值情况, 是为了下面讨论的方便所给定的。在讨论中将阐明扰动铅直结构的重要性。

在以上的两种初值下, 我们将  $\phi'_1$  和  $\phi'_3$  代入写在二层上的绝热方程, 求得了  $\omega_2$  ( $\omega = dp/dt$ ):

$$\omega_2 = D_\omega(t) \sin [mx - v_\omega(t)], \quad (9)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} D_\omega(t) &= \frac{\lambda^2 p_2 g}{f^2} \sqrt{K_5^2 + K_6^2 + 2K_5 K_6 \cos(\alpha - \sigma)t}, \\ v_\omega(t) &= \tan^{-1} \left( \frac{-K_5 \cos \alpha t - K_6 \cos \sigma t}{K_5 \sin \alpha t + K_6 \cos \sigma t} \right). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

这里  $K_5$  和  $K_6$  为其本流场中的参数, 初值和  $m$  等的函数。

### 三、各层扰动的发展与不稳定意义的讨论

图 1a—3b 为根据上述各参数值和初值计算出的各层扰动振幅和位相随时间的变化, 各图的  $a$  为初值(a)的情况, 各图的  $b$  为初值(b)的情况, 各图的(i)为振幅变化, (ii)为位相角变化。图 1, 2 和 3 分别表示  $L_2$ ,  $L_4$  和  $L_6$  的情况, 图中的时间皆以  $T (= 2\pi/|\alpha - \sigma|)$  为单位, 对  $L_2$ ,  $T = 2.5$  日; 对  $L_4$ ,  $T = 7.7$  日; 对  $L_6$ ,  $T = 2.8$  日,  $L_2$  和  $L_4$  为稳定波, 这时  $T$  也就是它们振幅变化周期。

首先从图 1a—2b 的(i)我们看出, 对  $L_2$  和  $L_4$  来说, 1 层和 3 层扰动振幅的变化是正相反的, 上层发展, 则下层阻尼, 上层阻尼, 则下层发展, 上下层发展速率也不相同, 这个结果不同于 Ogura<sup>[2]</sup> 的理论分析, 他也曾用两层模式分析了扰动的发展, 但他认为在 1 层和 3 层上扰动的发展是一致的。

由于我们所给出的振幅表达式比较复杂, 不容易从表达式看出上下层振幅变化的关系, 现在我们就从 Ogura 所给出的一些表达式, 来分析 1 层和 3 层的扰动发展是否应该一致, 将 Ogura 所用的符号换成本文中所用的符号, 则有

$$\frac{dD_1}{dt} = - \frac{m(V+B)}{r+2} D_3 \sin [v_3(t) - v_1(t)].$$

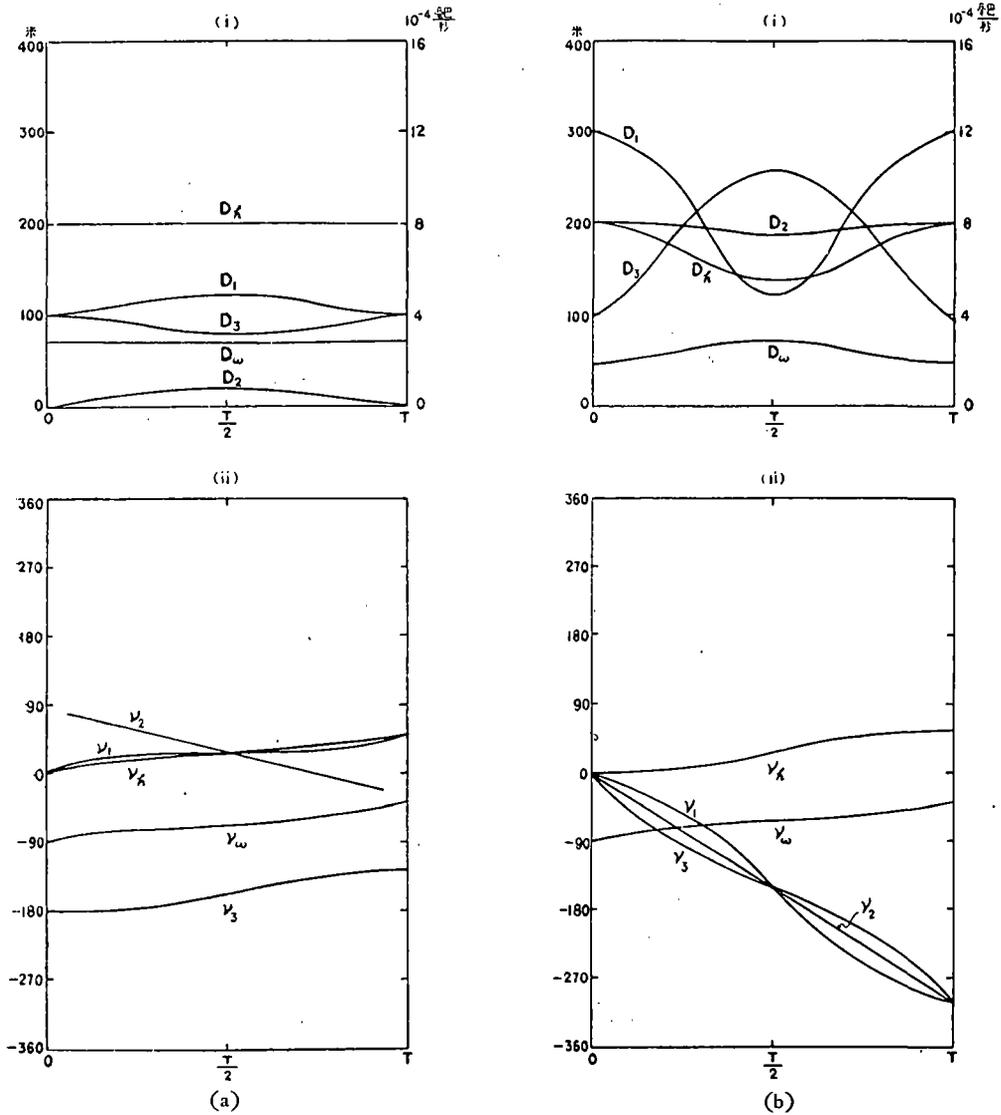


图 1 250, 500, 750 毫巴的高度波、厚度波及垂直速度的振幅 ( $D_1, D_2, D_3, D_h, D_w$ ) 及位相 ( $v_1, v_2, v_3, v_h, v_w$ ) 随时间的演变图。波长  $L_2 = 14151$  公里,  $T = 2.49$  天。

Ogura 未给出  $dD_3/dt$  的表达式, 但很容易求得

$$\frac{dD_3}{dt} = -\frac{m(V-B)}{r+2} D_1 \sin[v_3(t) - v_1(t)].$$

这里  $V = \bar{u}_1 - \bar{u}_3, B = \beta/m^2 - \frac{\beta L^2}{4\pi^2}, r = \frac{m^2 \theta_1 - \theta_3}{f^2} (\phi_1 - \phi_3).$

对上二式分别乘以  $D_1$  和  $D_3$ , 得

$$\frac{1}{2} \frac{dD_1^2}{dt} = -\frac{m(V+B)}{r+2} D_1 D_3 \sin(v_3 - v_1),$$

$$\frac{1}{2} \frac{dD_3^2}{dt} = -\frac{m(V-B)}{r+2} D_1 D_3 \sin(v_3 - v_1), \tag{11}$$

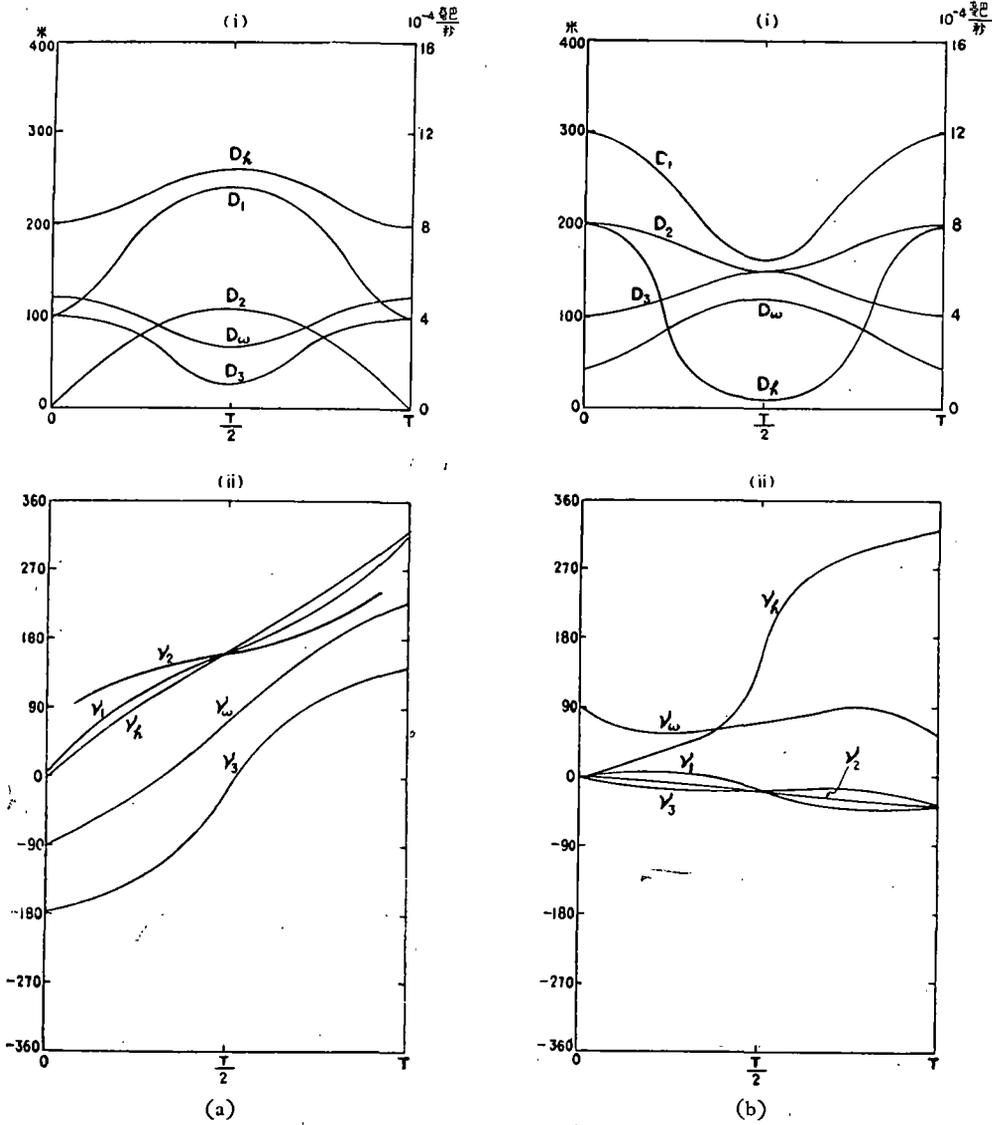


图2 同图1,  $L_4 = 7075$  公里.  $T = 7.68$  天.

由此得

$$\frac{dD_1^2}{dt} / \frac{dD_3^2}{dt} = (V + B)/(V - B). \tag{12}$$

因为  $B > 0$ , 在西风带中  $V > 0$ . 所以 1 和 3 两层上的扰动是否同时发展和阻尼, 要看  $V - B$  是否为正. 当  $V < B$  时, 则上下层扰动变化相反. 在我们的计算中,  $V = 12$  米/秒  $< \beta L_2^2/4\pi^2$  或  $\beta L_3^2/4\pi^2$ , 但  $V > \beta L_4^2/4\pi^2$ , 所以对于  $L_2$  和  $L_4$ , 1 层和 3 层的扰动发展是相反的, 而  $L_6$  则在上下层的发展是同时的. 同时因为  $|(V + B)/(V - B)| < 1$ , 所以上层振幅的变化强度永远大于下层. 这也可以由图 1a(i)—3b(i) 中看出.

上面的理论分析在一定的程度上是符合于实际的天气经验, 即扰动在对流层上部和下部的发展不一定是合拍的, 有时上层发展, 下层不发展; 有时下层发展, 上层不发展; 有

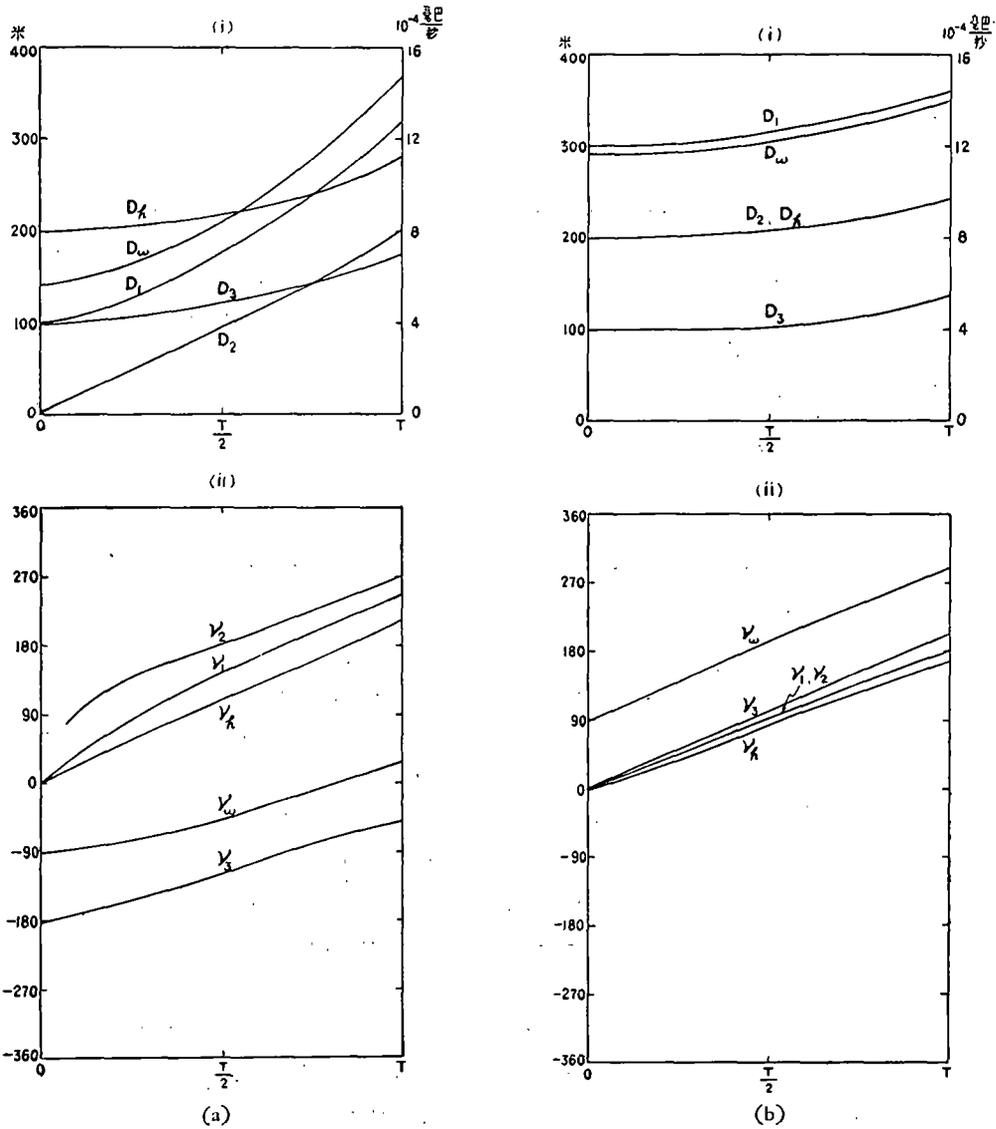


图3 同图1,  $L_6 = 4717$  公里,  $T = 2.85$  天。

时则上下层同时发展,三者中以后者发展最为强烈。由 Ogura<sup>[2]</sup> 所给出的不稳定判据

$$r^2 V^2 + 4(B^2 - V^2) < 0,$$

可以看出不稳定波出现时,必须有  $V > B$ 。故不稳定波是上下同时发展的,故而最强。

除上面所谈的之外,我们还可以注意到另一种现象,即稳定的扰动振幅可以变化很大,如图 1b 即如此。在  $\frac{T}{2}$  (约 1.25 日) 内,在 1 层上它的振幅由 100% 增到 260%,相当于一日内振幅增加了一倍以上。这个发展率和一般不稳定长波的增长率相比并无逊色。由此看来,一般实际天气中大型天气形势的发展是否必须是一般所谓的“不稳定”波引起的值得讨论。若干实际大形势的剧烈演变很可能是由“稳定”波引起的。诚然,依照理论“稳定”波不能引发持久的发展,因为“稳定”波是在发展和阻尼之间振动。不过应该指出,

本文所有的是綫性化理論,当扰动得到強大发展后,綫性化理論已不能应用。因此“穩定”波剧烈发展后,是否很快的阻尼和如何阻尼还有待研究。同样,綫性化理論对于“不穩定”波也只能用于初始阶段,“不穩定”波得到強大发展后,是否能持久和如何持久或阻尼也是有待研究的。

#### 四、扰动的发展与溫度波和高度波相对位相或槽脊綫随高度傾斜的关系

当溫度波落后于高度波时,扰动发展。这是預告中常用的一条規則,但是对这条常用的規則所最适用的高度和最合适的高度等都没有天气的或理論的总结。本文对此規則并不企图进行深入的分析,但从图 1a—3b 可以对它給予一些定性的討論。

溫度波与各等压面的高度波的相对位置可以由  $v_h - v_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 来表示。当  $180^\circ > v_h - v_i > 0^\circ$ , 或  $-360^\circ > v_h - v_i > -180^\circ$  时,高度波落后于溫度波。当  $-180^\circ < v_h - v_i < 0$  或  $360^\circ > v_h - v_i > 180^\circ$  时,溫度波落后于高度波。以此为依据再配合  $D_i$  的变化情况,从图 1a—3b 可以看出以下各点:

(1)  $L_2$ : 在 1 层上当溫度波落后(超前)于高度波时,扰动发展(阻尼)。但在 3 层上,当溫度波落后(超前)于高度波时,扰动阻尼(发展)。在 2 层上,溫度波落后(超前)于高度波时,扰动发展(阻尼),但振幅的变动非常小。

(2)  $L_4$ : 在 1 层和 2 层上都是当溫度波落后(超前)于高度波时,扰动发展(阻尼),而溫度波本身也发展(阻尼)。在 3 层上則反之,当溫度波落后(超前)时,扰动阻尼(发展)。

(3)  $L_6$ : 此波长是不穩定的,在 1, 2 和 3 层上扰动振幅都一直是增长的,同时溫度波也一直都是落后于气压波的。

溫度波和高度波的相对位置也可以由扰动軸綫(槽綫或脊綫)随高度的傾斜体现出来。軸綫随高度向西傾斜时,溫度波落后于高度波,軸綫向东傾斜时,高度波落后于溫度波,所以在上面所写的三点中,溫度波和高度波的相互位置也可以换成扰动軸綫随高度的傾斜来表示。

由以上三点可以看出,一般在預告中所常用的“当溫度波落后于高度波时,扰动发展”这条規則还值得深究。在我們所用的参数下,对于波长为 5000 公里以下的扰动,这条規則在应用于对流层中任何高度。对波长达 7000 公里以上的扰动,这条規則只适用于 500 毫巴以上的对流上部。波长愈长,这条規則适用的高度愈高。不过,当参数值改变之后,上述結果也得加以訂正。由(12)式看,当  $V > B$  时,常用的那条預告規則很可能适用于整个对流层。不过对于很长的长波來說,  $V > B$  的情况是不易达到的。

#### 五、扰动的发展和 $\omega$ 波或散度波的关系

由图 1a—3b 的(i)可以看出,随着扰动的变化鉛直运动的強度也有改变。对于两个稳定波 ( $L_2, L_4$ ) 而言,  $\omega$  的振幅变化完全和  $D_3$  是合拍的,二者同时加强或減弱。  $D_\omega$  和  $D_1$  的变化則完全反相。对于不穩定波  $L_6$  而言,則  $D_\omega, D_1$  和  $D_3$  同时加强。

扰动的发展与  $\omega$  波和高度波的相对位相有密切关系。对于  $L_2$ , 在我們給的初值情况  $\theta = \pi$  时,在 1 层上是  $\omega$  波落后  $\phi_1$  波  $90^\circ$ , 即  $v_\omega - v_1 = -90^\circ$ 。此时在槽后脊前为上升运动,槽前脊后为下沉运动。在槽綫或脊綫上鉛直运动为零。在 3 层上,則两种初值情况

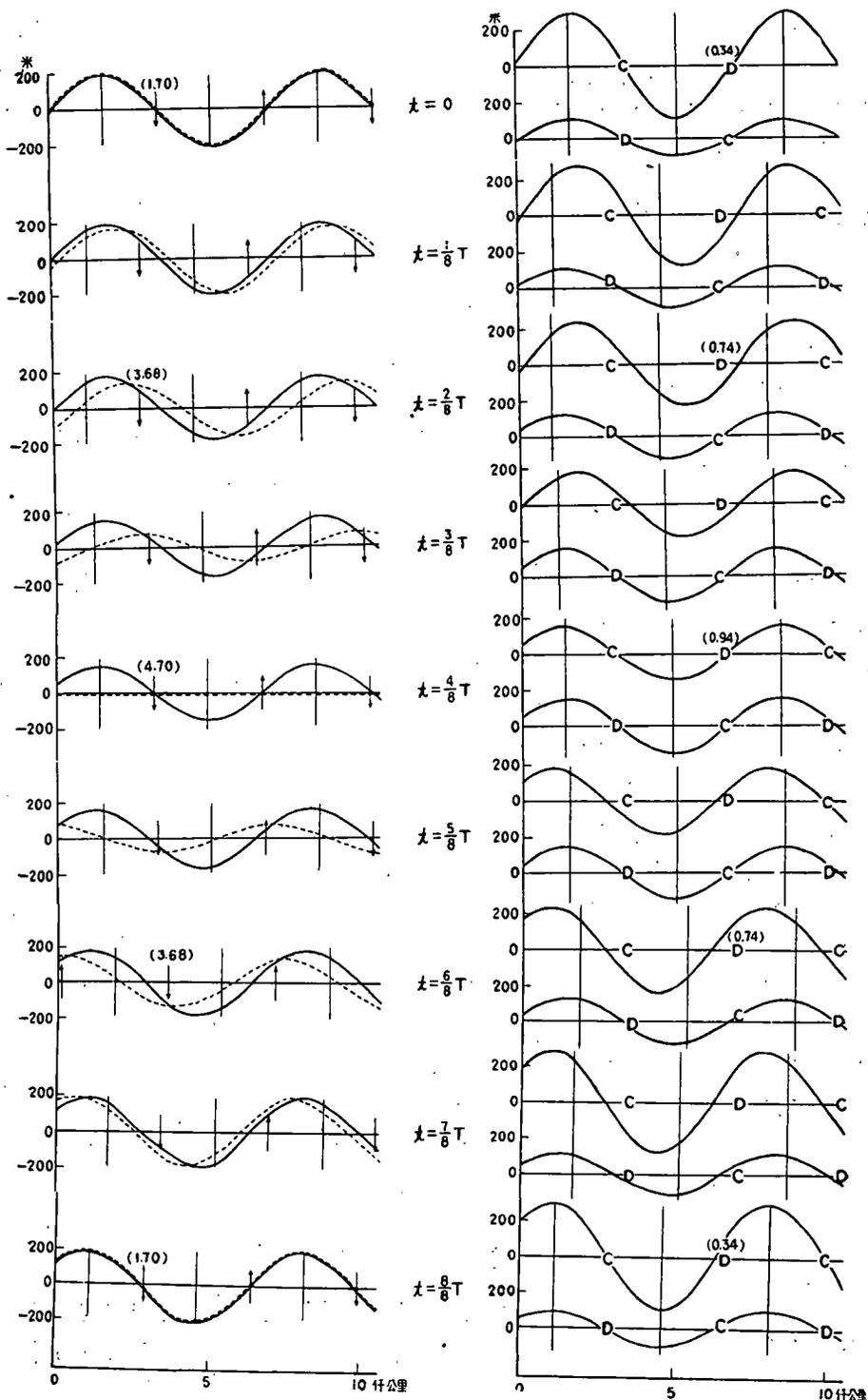


图 4 高度波(实线)、厚度波(虚线)、垂直速度及散度的演变。

$L_a = 7075$  公里,  $\theta = 0$ ,  $T = 7.7$  天。左图的箭头为垂直速度的方向, 其数值表示在括号内, 例如 (2.86) 表示  $\omega = 2.86 \times 10^{-4}$  毫巴·秒<sup>-1</sup>, 垂直线段表示垂直速度零线, 因为垂直速度沿  $x$  轴的分布也是正弦式的, 故箭头所在处也为最大垂直速度所在处。右图的上面一根实线为 250 毫巴上的高度波, 下面一根实线为 750 毫巴上的高度波, 其尺度同左图。垂直线段表示零散度线, 因为散度沿  $x$  轴的分布也是正弦式的, 故辐散  $D$  所在处也即为最大辐散处, 辐合  $C$  所在处也即为最大辐合所在处, 其数值表示在括号内, 例如 (0.57) 表示最大散度值为  $0.57 \times 10^{-6}$  秒<sup>-1</sup>

有所不同,对  $\theta = 0$  (图 1b), 铅直运动沿扰动的分布与 1 层相同,对  $\theta = \pi$  (图 1a), 则槽前上升,槽后下沉. 由此可见对超长波而言,铅直运动沿扰动的分布和一般的“槽前上升,槽后下沉”的概念是不同的. 由图 1b 看出,自  $t = 0$  开始,高度波在后退, $\omega$  波在前进. 自  $0-T$  时间内, $v_\omega - v_i (i = 1, 2)$  自  $-90^\circ$  增到  $270^\circ$ . 在  $-90^\circ < v_\omega - v_i < 90^\circ$  区间, $D_3$  是增加的, $D_1$  是减小的. 在这个期间无论在 1 层或 3 层上槽线均处于上升区,脊线处于下沉区. 在  $90^\circ < v_\omega - v_i < 270^\circ$  时,无论在 1 层或 3 层上,脊线处于上升区,槽线处于下沉,此期间  $D_1$  是增加的, $D_3$  是减弱的.

在第二种情况下 ( $\theta = 0$ , 图 1a),  $v_\omega - v_i$  是仅作微小的变化. 这里  $D_1$  和  $D_3$  的变化也是微弱的. 在这微弱的变化里也是在 1 层上脊(槽)线进入下沉(上升)区时,增强,进入上升(下沉)区时减弱. 在 3 层上反之.

对于  $L_4$ , 在  $\theta = 0$  的情况下(图 2b)可看图 4. 初始时  $v_\omega - v_i = 90^\circ$ , 此时无论对 1 层或 3 层都是槽前脊后上升,槽后脊前下沉. 这和一般铅直运动沿扰动的分布概念相同的,也就是经常出现的扰动形式. 随着时间的增长  $v_\omega - v_i$  变为  $< 90^\circ$ , 于是上下层的脊线均进入下沉区,槽线进入上升运动区,  $D_3$  发展,  $D_1$  阻尼. 至  $t = \frac{T}{2}$  以后,  $v_\omega - v_i > 90^\circ$ , 上下层的脊线又都移入上升区,槽线入下沉区,  $D_1$  发展,  $D_3$  阻尼. 图 2a 的扰动结构虽然和图 2b 相差甚远,但它的发展或阻尼与铅直运动分布的关系,仍和上面所讲的一样.

对于不稳定波  $L_6$  而言(图 3a—3b), 无论初值如何,随着时间的增长,都是 1 层的脊线和 3 层的槽线是入上升运动区,而且一经进入之后,不再离开上升区,所以扰动一直发展下去. 在图 3b 中, $\omega$  波和高度波移速几乎相等,在图 3a 中它们相差较多. 所以前者槽线和脊线未能远离铅直运动的零值线,而后的槽脊线可以远离铅直运动的零值线. 因而图 3b 中的扰动发展非常缓慢,图 3a 中的扰动则发展快得多.

总之,扰动的波长和基本流场的各种参数都相同,起始时槽线和脊线也都与铅直运动零线相合,但因扰动的上下结构不同,有的发展较快,有的则较慢.

在两层模式的上升运动中,下层辐合,上层辐散;下沉运动中,下层辐散,上层辐合. 因此上述扰动的发展和  $\omega$  的关系也可以写成:无论在下层或上层,当脊线进入辐散区、槽线进入辐合时,扰动发展. 脊线进入辐合区、槽线进入辐散区时,扰动阻尼. 对于不稳定的扰动脊线,永远在辐散区,槽线永远在辐合区. 对于稳定的扰动,脊线和槽线经常在辐散和辐合之间摆动.

## 六、扰动移速和发展速率与扰动结构的关系

由前面的讨论可以看出,扰动的发展和阻尼与扰动的上下结构有着密切的关系. 而扰动的上下结构决定于各层扰动以及  $\omega$  等的相对移速. 移速可以从图 1a—3b 中  $v$  的变化率看出.

扰动移速除决定于波长和基本流场的各种参数外,在很大程度上还依赖于扰动本身的上下结构,换句话说,扰动的结构不同,上下层的相互影响也不一样,因而扰动移速也随之而异. 例如在图 1b 中,上下位相相同的扰动,在  $T$  时间内位相西退了  $300^\circ$ , 这里  $T =$

2.5 日,  $300^\circ$  相当 11800 公里 ( $L_2 = 14151$  公里), 所以这个扰动平均每日后退 (向西走) 4700 公里。这合乎一般超长波迅速后退的概念。然而同一波长的扰动, 当上位相相反时 (图 1a), 不但不后退, 反而在  $T$  时间内前走了约  $50^\circ$ , 即 785 公里; 亦即以 314 公里/日的速度前进。由此可见, 在斜压大气中, 超长波不一定必须高速后退。高速后退是正压大气中的情况。

再看图 2a 和 2b。图 2a 的扰动的位相是上下相反的, 它在  $T$  期间 (约 7.7 日) 中, 前进了约  $320^\circ$  ( $L_2 = 7075$  公里), 合 5950 公里, 亦即平均以 775 公里/日的速度前进。同一波长但上下位相相同的扰动 (图 2b), 在同一时间内后退了约  $40^\circ$ , 合 785 公里。在 7.7 日中仅后退了这一小段距离。它基本上可以算是稳定不动的扰动了, 只是强度作周期性的振动。在实际大气中, 我们经常遇到一种相当稳定不动的大型流场, 它的长波槽脊稳定于一处, 其中仅有短波在变动。图 2b 可能给予这种形势一种解释。

图 3a 和图 3b 的扰动都是前进的, 但是图 3b (扰动位相上下相同) 前进速度小于图 3a (扰动位相上下相同)。

以上三个波长 ( $L_2, L_4, L_6$ ) 的扰动有一个共同点, 即同一波长扰动位相上下相反时, 前进 (自西向东) 的速度较快; 扰动位相上下相同时, 前进的速度则缓。

上面所谓的扰动速度是指高度波而言。所有 6 种扰动的温度波都是前进的。这是有意思的现象。所以就波长很长的扰动而言, 温度波可以和高度波相反而行, 二者似乎不相关联。这一点 Wiin-Nielsen<sup>[7]</sup> 已指出过。

以上的讨论指出扰动的移动和发展等不仅是基本气流的函数, 而且和扰动本身的垂直结构有密切关系。因此在日常天气预报工作中, 我们要从上下整体着眼, 而不能只依赖某一层 (如 500 毫巴) 的情况来判断扰动的未来变化。此外一般所谓稳定的扰动, 也可以大幅度地 (如一天之内振幅增长三倍) 变化, 这样日常所观测到的环流巨大的变化是否都属于一般所谓的, “不稳定” 的现象值得深入研究。

### 参 考 文 献

- [1] Rossby, C. G., Relation between variations in the intensity of the zonal circulation of the atmosphere and the displacements of the semipermanent centers of action, *J. Mar. Res.*, 2 (1939), 38—55.
- [2] Ogura, Y., Wave solutions of the vorticity equation for the  $2\frac{1}{2}$ -dimensional model, *J. M.*, 14 (1957), 60—64.
- [3] Manabe, S., On the development and the energetics of the westerly waves (model research on the tilt of trough), *J. Met. Soc. Japan*, 33 (1955), 75—88.
- [4] Jaw, J. J., The formation of the semipermanent centers of action in relation to the horizontal solenoidal field, *J. M.*, 3 (1946), 103—114.
- [5] Charney, J. G., The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current, *J. M.*, 4 (1947), 135—162.
- [6] Kuo, H. L., Dynamic instability of two-dimensional nondivergent flow in a barotropic atmosphere, *J. M.*, 6 (1949), 105—122.
- [7] Wiin-Nielsen, A., A note on the behavior of very long waves in simple baroclinic models, *J. M.*, 18 (1961), 204—208.

# THE VERTICAL STRUCTURE AND ITS RELATION TO THE SPEED OF MOVEMENT AND DEVELOPMENT OF THE LONG WAVES

YEH TU-CHENG, CHEN YUNG-SAN

(*Institute of Geophysics and Meteorology Academia Sinica*)

## ABSTRACT

With linear two-layer model the development and movement of long waves in the upper and lower part of the troposphere are studied. The main results are:

1. The usually used synoptic rules—the disturbance develops when the pressure wave precedes the temperature wave—is valid only in upper troposphere for ultra-long waves (with wave length of about  $10^4$  km or larger), valid from middle troposphere upward for long waves of wave length of about 7000 km and valid for whole troposphere for long waves of comparatively shorter wave length.

2. In the basic current with shear  $\bar{u}_1 - \bar{u}_3 < \frac{\beta L^2}{4\pi^2}$ , the upper part of the disturbance develops while the lower part damps when the axis of the trough or ridge line tilts westward with height and the upper part of the disturbance damps while lower part develops when the axis tilts eastward with height. When  $\bar{u}_1 - \bar{u}_3 > \frac{\beta L^2}{4\pi^2}$  the upper and lower part develop or damp simultaneously.

3. The temperature wave and pressure wave may travel with different speed and their direction of movement may even reverse. In the upper as well as in the lower layer, the disturbance develops (damps) when the ridge moves into the region of divergence (convergence) or the trough moves into the region of convergence (divergence).

4. The amplitude as well as the speed of movement of the disturbance varies with time. They depend not only on the structure of the basic current and the wave length but also on the vertical structure of the disturbance as well.

5. The periodically varied stable disturbances may increase or decrease in amplitude more than 250% in one day during the stage of development. Thus the ordinarily observed large variation of circulation in westerly belt may not be a phenomenon of instability.