

局地积云降水过程对云结构的影响*

陈瑞荣

(中国科学院地球物理研究所)

提 要

本文考虑了降水过程中水滴对空气的拖带作用和降温作用,并考虑到含水量变化时,由于水滴对空气拖带力的变化,而对垂直运动产生的反馈影响,导出了局地积云的运动方程、热力方程和含水量方程,并由此研究在降水过程中云中空气垂直运动、云内外温差和含水量结构的变化。计算结果指出,局地积云在降水过程的影响下,云中空气的垂直运动、云内外温差和含水量都要明显变小,并且很快地由下向上逐渐出现下沉运动,云也由下向上逐渐消散。计算结果与实际观测现象是基本相似的。本文共做了五个不同条件的个例数值计算,并由此分析比较了不同降水强度、不同稳定度、不同云中初始条件和不同云外环境所起的不同作用。

一、前 言

积云中的降水是在一定的先决的宏观气象条件影响下,经过一系列微观过程而形成的;但是降水的形成和下降过程,又会反过来影响云的宏观和微观物理结构,这种相互影响的关系是云雨发展过程中的一个重要物理机制。目前在一般的积云发展动力理论研究工作中,关于水滴形成的微观过程中,凝结潜热的影响虽已普遍注意到,但是关于水滴在下降过程中对空气所产生的拖带和降温作用却很少注意。其实这种作用对云的发展也是有较大影响的。Haltiner^[1](1960)在计算对流云发展时,考虑了水滴对空气的拖带作用所得结果,与不考虑这种拖力时所得结果有所不同,最明显的是云中垂直气流减小许多。Byers^[2](1949)也曾定性地提出过雨滴拖力对降水云中下沉运动的形成会有影响,但没有用动力学方法对这种影响进行过理论研究。至于在雨滴下降过程中,由于雨滴温度和空气温度差异而引起空气热量损耗所产生的影响,目前还很少被人注意。它也是一种具有一定意义的过程。本文特别考虑了雨滴对空气的拖带作用和降温作用,并考虑到含水量变化时由于水滴拖带力的变化而对垂直运动产生的反馈影响,从理论上计算降水过程对云的结构——垂直运动和温度及含水量所产生的影响。

二、问题的提法

我们所考虑的降水过程对云结构的影响,主要通过三个作用:(1)水滴下降时对空气的下拖力;(2)水滴从较冷的高度上下降到较暖的气层时,由于水滴和空气间的热量交换而引起空气降温;(3)雨滴在云中下降增长直接消耗了云中的含水量。第一个作用使空气

* 本文1962年3月26日收到。

增加向下加速度,第二个作用使空气温差浮力减小,增加下沉力,这两种作用都会使积云向上发展受到抑制。由于云中的温度和含水量是受垂直运动影响的,所以以上两个作用也会通过影响垂直运动的变化,间接地影响到云中温度和含水量。由于温差浮力和云滴拖带力对垂直运动的作用,因此云中温度和含水量的变化也会反馈影响垂直运动。基于这种物理过程,我们进行了以下的理论计算。

我们在这里所研究的问题,是原来有着一定的宏观和微观(指含水量)结构的局地积云,在有降水产生时,云的结构在降水过程影响下将起怎样的变化。假定雨滴先在云的上部形成降落,而后在云的中下部下降过程中继续增长,把降水强度和雨滴质量随高度的变化看作已知的,并认为降水开始是比较迅速的,在我们所讨论的较短时间内它是常定的。我们计算的时间是在10—15分钟以内,以后由于降水可能会受云结构的影响而起变化,这时我们暂且不再继续讨论。由于云的上部可能有着比较复杂的结构和变化过程,所以我们只讨论云的中下部变化情况。为了简便起见,这里把云结构看作是水平均一的。降水云外的环境考虑有两种情况,一种是静止的空气,一种是有着一定结构的云,即降水云是大块积云的一部分。并作了降水云的变化不影响其环境情况的变化、环境是常定的假定。

为了避免求解偏微分方程组的困难,我们采取了个别法来计算,即在开始时刻的不同高度上取若干团空气,把它们看作是单独的气块,分别计算其垂直高度、垂直速度、云内外温差和云中含水量随时间的变化规律,然后用作图分析的方法,近似地分析云中垂直速度、云内外温差和含水量分布的变化规律。

三、基本方程

我们先推导在降水云外是静止空气时,云中气块的基本方程。

(1) 垂直运动方程

考虑了水滴对空气的拖带力,云中单位质量空气的运动方程为:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + F - kv. \quad (1)$$

式中 v 是垂直速度, t 是时间, z 是高度($t=0$ 时,云底高度为零), ρ 是云中空气密度, p 是云中气压, g 是重力加速度, k 是云内外空气混合率, F 是水滴对空气的拖带力。

假定水滴是匀速下降的,重力与空气阻力平衡,而空气受水滴的拖带力,即水滴受空气阻力的反作用力,取 w_c 和 w_d 表示单位质量空气中的云滴和雨滴含水量,则

$$F = -(w_c + w_d)g. \quad (2)$$

为了突出温差浮力的作用,将垂直气压梯度力近似地分解为:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = g + \frac{T'}{T_0} g - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z}. \quad (3)$$

式中 T_0 和 ρ_0 为云外空气温度和密度, T' 和 p' 为云内外同一高度上的温度差和气压差。

将(2)和(3)式代入(1)式可得:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{T'}{T_0} g - (w_c + w_d)g - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - kv. \quad (4)$$

除锋面积云情况外,一般扰动气压的垂直梯度力要比温差浮力小许多,假定它在降水前后的较短时间内的变化很小,因为我们取积云在降水前是常定的,这样它可以原来积云的状态来表示(下角 a 表示降水前积云的物理量),这时的运动方程为:

$$v_a \frac{\partial v_a}{\partial z} = \frac{T'_a}{T_0} g - w_a g - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - k v_a,$$

因此

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} = v_a \frac{\partial v_a}{\partial z} - \frac{T'_a}{T_0} g + w_a g + k v_a. \quad (5)$$

假定在我们所讨论的云的中下部,原来积云的垂直速度随高度线性增加,即

$$v_a = v_0 + \beta z, \quad (6)$$

式中 β 为正的常数,将(5),(6)式代入(4)式可得到我们所需要的垂直运动方程:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{T'}{T_0} g - (w_c + w_d)g - kv + (v_0 + \beta z)(k + \beta) + w_a g - \frac{T'_a}{T_0} g. \quad (7)$$

(2) 热 力 方 程

与一般的大气热力方程不同之处,主要是在有降水时多了一项水滴变温消耗空气热量的影响. 假定云中湿度是饱和的,且云外混合进来的空气比较潮湿,进云后的蒸发现象可以不考虑,则云块的热力方程可写为:

$$\frac{dT'}{dt} = v(\gamma - \gamma_b) - kT' - \frac{c w_d}{c_p} \frac{dT_d}{dt}. \quad (8)$$

式中 γ 是云外垂直温度递减率, γ_b 是湿绝热温度递减率, c_p 是空气的定压比热, c 和 T_d 分别为水滴的比热和温度.

影响雨滴温度的因子有两个,一个是水滴在下降过程中由于水滴温度和空气温度差异而引起的热量交换;另一个是在水滴上的相变潜热影响. 由于我们假定了云中空气湿度是饱和的,一般不会蒸发,而且由于水滴是从上落下的,其温度一般较气温低,因而可能有水汽凝结,但是这种凝结潜热相对于第一个因子的影响是很小的,可以不考虑它. 如果假定雨滴没有固体向液体的相变则雨滴温度变化方程可以写为:

$$\frac{dT_d}{dt} = -\frac{1}{\lambda} (T_d - T). \quad (9)$$

λ 为水滴的温度惯性系数, $\lambda = \frac{mc}{K4\pi r^2}$, 其中 m 和 r 为雨滴的质量和半径, K 为水滴和空气间的热交换系数(包括通风因子的影响在内),水滴周围的气温可取为

$$T = T_h + \gamma u t, \quad (10)$$

T_h 为雨滴在开始时刻所在高度上的气温, u 为雨滴下降速度. 初始条件为 $t = 0$, $T_d = T_h$. 由(9)式和(10)式可解出雨滴温度变化为:

$$T_d = T_h + \gamma u t + \gamma u \lambda (e^{-\frac{t}{\lambda}} - 1). \quad (11)$$

由此得:

$$\frac{dT_d}{dt} = \gamma u (1 - e^{-\frac{t}{\lambda}}). \quad (12)$$

根据 Ludlam^[3](1950)的数据,对于考虑了通风因子影响的下降水滴,其温度惯性系数可取为 $\lambda = \frac{r^3}{1.62 \times 10^{-4}}$. 若 r 用厘米做单位,则 λ 的单位是秒. 对于雨滴,如果取 $r = 10^{-1}$ 厘米,则 $\lambda = 6.2$ 秒,因此 $e^{-\frac{t}{\lambda}}$ 随着时间变化是很快减小的,在 30 秒后小于 0.01,在 50 秒后小于 0.003. 因此它与 1 比较可以相当精确的把它忽略,这样(12)式可近似写为:

$$\frac{dT_d}{dt} = \gamma u. \quad (13)$$

将(13)式代入(8)式,得出我们所需的热力方程:

$$\frac{dT'}{dt} = v(\gamma - \gamma_b) - kT' - \frac{c w_d u \gamma}{c_p}. \quad (14)$$

(3) 含水量方程

含水量方程为

$$\frac{dw_c}{dt} = v\Gamma_q - kw_c - \frac{dw_d}{dt}, \quad (15)$$

式中 Γ_q 是饱和比湿的垂直梯度的负数. 右边第一项是由于垂直运动引起的蒸发或凝结的水量(下沉蒸发、上升凝结),第二项是云外混合进来的空气由于很快要具有云中均一的含水量而引起的含水量损耗,第三项是雨滴质量增加所消耗的云中含水量. 这里我们也是假定云外混合进来的空气湿度较大,它要达到饱和时所消耗云中含水量很小,可以忽略不计. Γ_q 是气压和温度的函数,这里我们近似地取由平均气压和平均温度所决定的数值,可以看作一个常数.

(4) 雨滴含水量和降水强度的关系

令 I 为云底的降水强度(单位时间内通过单位面积的降雨量), n 为单位面积上单位时间内的雨滴数通量, N 为单位体积中的雨滴数, m 为雨滴质量, m_0 为云底的雨滴质量,在降水为常定的情况下可有: $I = nm_0$, $w_d = \frac{Nm}{\rho}$, $n = Nu$.

取雨滴质量随高度线性变化,即

$$m = m_0 - \alpha z.$$

其中 α 为常数. 由此可推出雨滴含水量随高度变化为:

$$w_d = \frac{I}{\rho u} - \frac{I\alpha}{\rho u m_0} z. \quad (16)$$

把 ρu 近似地取为常数,则 w_d 随高度是线性变小的.

(5) 初始条件

取降水开始时 $t = 0$, 初始条件为:

$$\left. \begin{aligned} t = 0, \quad z = z_0, \quad v = v_0 + \beta z, \\ T' = T'_a = a_1 + b_1 z, \quad w_c = w_a = a_2 + b_2 z. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

由于我们假定了降水开始前云中状态是常定的, 这时由热力方程和含水量方程的关系应得:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{v_0(\gamma - \gamma_b)}{\beta + k}, & b_1 &= \frac{\beta(\gamma - \gamma_b)}{\beta + k}; \\ a_2 &= \frac{v_0\Gamma_q}{\beta + k}, & b_2 &= \frac{\beta\Gamma_q}{\beta + k}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

由运动方程(7)和初始条件(17), 在开始时刻的加速度为:

$$\left. \frac{dv}{dt} \right|_{t=0} = \left(\beta v_0 - \frac{I g}{\rho u} \right) + \left(\beta^2 + \frac{I \alpha g}{\rho u m_0} \right) z. \quad (19)$$

方程(7), (14)和(15)是三个关于 v , T' 和 w_c 的常微分方程, 取降水强度为已知, 则雨滴含水量 w_d 可由(16)式给出, 其他参数取为已知的常数, 则由方程(7), (14), (15)和初始条件(17)和(19)可以解出 v , T' , w_c 随时间的变化.

以上推导的是在降水云外是静止空间环境的情况, 如果降水云外也是云时, 亦即降水只发生在积云的某一部分时, 这时降水云内气块的运动方程为:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g - (w_c + w_d)g - k(v - v_c). \quad (20)$$

下角 c 表示降水云外环境的物理量, 假定它们是定常的, 取 $v_c = v_0 + \beta z$, 则由运动方程可有:

$$-\frac{1}{\rho_c} \frac{\partial p_c}{\partial z} = \beta(v_0 + \beta z) + w_c g + g. \quad (21)$$

将(20)式的垂直气压梯度分解为:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_c} \frac{\partial p_c}{\partial z} + \frac{T'}{T_0} g - \frac{1}{\rho_c} \frac{\partial p'}{\partial z}. \quad (22)$$

由于这时降水云外不是静力平衡, 上式右边最后一项与第一项比较可以忽略, 将(22)、(21)式代入(20)式可得所要求的垂直运动方程:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{T'}{T_0} g - (w_c - w_c)g - w_d g - kv + (\beta + k)(v_0 + \beta z). \quad (23)$$

热力方程和含水量方程和上面的形式一样:

$$\frac{dT'}{dt} = v(\gamma_c - \gamma_b) - kT' - \frac{c w_d \mu \gamma}{c_p}, \quad (24)$$

$$\frac{dw_c}{dt} = v\Gamma_q - k(w_c - w_c) - \frac{dw_d}{dt}. \quad (25)$$

初始条件也与上面的形式一样, 这时降水云的状态取为与其环境云的状态相同.

四、云结构变化的解答

先推导降水云外是静止空间环境的情况.

(1) 垂直速度的变化

将(7)式对 t 微分, 并将(14)和(15)式代入, 再由(7)式消去 T' 和 w_c , 最后可得:

$$\frac{d^2v}{dt^2} + A_1 \frac{dv}{dt} + A_2v + A_3z + A_4 = 0. \quad (26)$$

其中

$$\begin{aligned} A_1 &= 2k, \\ A_2 &= \frac{g}{T_0} (\gamma_b - \gamma) + \Gamma_{ag} + k^2 - \beta(k + \beta) - b_2g + \frac{g}{T_0} b_1, \\ A_3 &= -\frac{I\alpha}{\rho u m_0} \left(\frac{gcu\gamma}{T_0 c_p} + kg \right) - k\beta(\beta + k) - b_2kg + \frac{kgb_1}{T_0}, \\ A_4 &= \frac{I}{\rho u} \left(\frac{gcu\gamma}{T_0 c_p} + kg \right) - k(\beta + k)v_0 - a_2kg + \frac{kg a_1}{T_0}. \end{aligned}$$

由于各有关参数都取为常数,因此 A_1, A_2, A_3 和 A_4 也是常数.

将 $v = \frac{dz}{dt}$, 代入(26)式可得:

$$\frac{d^3z}{dt^3} + A_1 \frac{d^2z}{dt^2} + A_2 \frac{dz}{dt} + A_3z + A_4 = 0, \quad (27)$$

它对应的齐次方程的特征方程为:

$$r^3 + A_1r^2 + A_2r + A_3 = 0. \quad (28)$$

如果 $r_1, r_2 + ir_3, r_2 - ir_3$ 是特征方程的三个根(在我们后面个例计算中, 所取参数数值都是使特征方程(28)有一对共轭虚根的), 则(27)式的解答为:

$$z = c_1 e^{r_1 t} + e^{r_2 t} (c_2 \cos r_3 t + c_3 \sin r_3 t) - \frac{A_4}{A_3}. \quad (29)$$

(29)式对 t 微分可得垂直速度的解:

$$v = c_1 r_1 e^{r_1 t} + (c_2 r_2 + c_3 r_3) e^{r_2 t} \cos r_3 t + (c_3 r_2 - c_2 r_3) e^{r_2 t} \sin r_3 t. \quad (30)$$

c_1, c_2 和 c_3 是三个积分常数, 由初始条件(17)和(19)可得关于它们的三个联立代数方程:

$$\left. \begin{aligned} c_1 + c_2 &= z_0 + \frac{A_4}{A_3}, \\ c_1 r_1 + c_2 r_2 + c_3 r_3 &= v_0 + \beta z_0, \\ c_1 r_1^2 + c_2 (r_2^2 - r_3^2) + 2r_2 r_3 c_3 &= \left(\beta v_0 - \frac{I g}{\rho u} \right) + \left(\beta^2 + \frac{I a g}{\rho u m_0} \right) z_0. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

开始时刻在不同高度 z_0 的气块, 按(31)式求出 c_1, c_2 和 c_3 , 再由(29)和(30)式即可求出这气块的垂直高度和速度随时间的变化, 同时也可得出这气块在不同高度上的垂直速度. 按以上方法, 求解较多气块的运动, 在不同时间内, 分别算出它们的垂直位置和速度, 在高度—垂直速度图上点出较多的数据点, 由此近似地分析出在不同时间内的云中垂直速度分布, 并可由此分析其变化特点.

(2) 云内外温差的解答

将上面求出的垂直速度的解答(30)式, 代入热力方程(14), 并利用(16)式消去 w_d , 再用(29)式解答代入, 最后可得关于 T' 的方程:

$$\frac{dT'}{dt} + kT' = G_1 e^{r_1 t} + e^{r_2 t} (G_2 \cos r_3 t + G_3 \sin r_3 t) + G_4. \quad (32)$$

其中

$$\begin{aligned} G_1 &= (\gamma - \gamma_b)r_1c_1 + \frac{Iac\gamma}{c_p\rho m_0}c_1, \\ G_2 &= (\gamma - \gamma_b)(c_2r_2 + c_3r_3) + \frac{Iac\gamma}{c_p\rho m_0}c_2, \\ G_3 &= (\gamma - \gamma_b)(-c_2r_3 + c_3r_2) + \frac{Iac\gamma}{c_p\rho m_0}c_3, \\ G_4 &= -\frac{c\gamma I}{c_p\rho} - \frac{Iac\gamma A_4}{c_p\rho m_0 A_3}. \end{aligned}$$

应用初始条件(17),由(32)式可以求出 T' 变化的解为:

$$T' = F_1e^{r_1t} + e^{r_2t}(F_2\cos r_3t + F_3\sin r_3t) + F_4e^{-kt} + F_5, \quad (33)$$

其中,

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{G_1}{r_1 + k}, & F_2 &= \frac{G_2(k + r_2) - G_3r_3}{(k + r_2)^2 + r_3^2}, \\ F_3 &= \frac{G_2r_3 + G_3(k + r_2)}{(k + r_2)^2 + r_3^2}, \\ F_4 &= (a_1 + b_1z_0) - (F_1 + F_2 + F_5), & F_5 &= \frac{G_4}{k}. \end{aligned}$$

各 F 对于在起始时刻在不同高度 z_0 的气块有不同数值,求出较多气块的 T' 变化,用上面求垂直速度分布的分析方法,也可求出不同时间内云中 T' 随高度的分布。

(3) 云中含水量变化的解答

将(29)和(30)式关于 z 和 v 的解答和(16)式代入含水量方程(15),可得决定含水量的方程:

$$\begin{aligned} \frac{dw_c}{dt} + kw_c &= c_1r_1\Gamma_q e^{r_1t} + (c_2r_2 + c_3r_3)\Gamma_q e^{r_2t} \cos r_3t + \\ &+ (-c_2r_3 + c_3r_2)\Gamma_q e^{r_2t} \sin r_3t - \frac{I\alpha}{\rho m_0}. \end{aligned} \quad (34)$$

应用初始条件(17),由(34)式可求出 w_c 变化的解答为:

$$w_c = H_1e^{r_1t} + H_2e^{r_2t} \cos r_3t + H_3e^{r_2t} \sin r_3t + H_4e^{-kt} + H_5, \quad (35)$$

其中

$$\begin{aligned} H_1 &= \frac{c_1r_1\Gamma_q}{r_1 + k}, & H_2 &= \frac{(c_2r_2 + c_3r_3)(k + r_2) - (c_3r_2 - c_2r_3)r_3}{(k + r_2)^2 + r_3^2}\Gamma_q, \\ H_3 &= \frac{(c_2r_2 + c_3r_3)r_3 + (c_3r_2 - c_2r_3)(r_2 + k)}{(k + r_2)^2 + r_3^2}\Gamma_q, \\ H_4 &= a_2 + b_2z_0 - (H_1 + H_2 + H_5), & H_5 &= -\frac{I\alpha}{k\rho m_0}. \end{aligned}$$

同样地,计算较多的气块的 w_c 的变化,由此用作图分析的方法亦可分析出在不同时间内云中含水量随高度的分布。

以上所求得解是适合于云外是静止空间的情况的,若降水云外是有常定状态的云

的环境时,云中 z, v, T' 和 w_c 变化的解可应用方程(23), (24)和(25)求出. 这时解的形式还是与上面的基本相同, 只是 A_2, A_3 和 A_4 的意义略有不同, 这时

$$\begin{aligned} A_1 &= 2k, & A_2 &= \frac{g}{T_0} (\gamma_b - \gamma) + (\Gamma_q - b_2)g - \beta(\beta + k) + k^2, \\ A_3 &= -\frac{I\alpha}{\rho u m_0} \left(\frac{gcu\gamma}{T_0 c_p} + kg \right) - \beta k(\beta + k), \\ A_4 &= \frac{I}{\rho u} \left(\frac{gcu\gamma}{T_0 c_p} + kg \right) - k(\beta + k)v_0. \end{aligned}$$

此外在后面的特例计算中, (28) 式形式的特征方程的三个根都是实数, 因此个别气块的 z, v, T' 和 w_c 的解有以下形式

$$\begin{aligned} z &= c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t} + c_3 e^{r_3 t} - \frac{A_4}{A_3}, \\ v &= c_1 r_1 e^{r_1 t} + c_2 r_2 e^{r_2 t} + c_3 r_3 e^{r_3 t}, \\ T' &= F_1 e^{r_1 t} + F_2 e^{r_2 t} + F_3 e^{r_3 t} + F_4 e^{-kt} + F_5, \\ w_c &= H_1 e^{r_1 t} + H_2 e^{r_2 t} + H_3 e^{r_3 t} + H_4 e^{-kt} + H_5. \end{aligned} \quad (36)$$

其中 c_1, c_2, c_3 和 $F_i, H_i (i = 1, 2, \dots, 5)$ 各系数是与初始条件有关的常数, 这里不详细列出. 对于在初始时刻在不同高度 z_0 的气块有不同的数值, 应用上面同样的方法也可以分析出在不同时间内云中 v, T' 和 w_c 随高度的分布.

五、个例数值计算结果和讨论

我们选取了五个不同条件的个例进行数值计算. 第(1)–(4)例是降水云外是静止空间时的情况, 第(5)例是降水云外是常定状态的云的情况. 各例所取的参数数值如下:

例(1): $I = 5.5 \times 10^{-4}$ 克/厘米²·秒 (相当于 0.33 毫米/分),

$$\gamma - \gamma_b = 4 \times 10^{-6} \text{ 度/厘米}, \quad v_0 = 10^2 \text{ 厘米/秒}, \quad \beta = 10^{-3} \text{ 秒}^{-1},$$

$$\gamma = 6 \times 10^{-5} \text{ 度/厘米}, \quad T_0 = 2.85 \times 10^2 \text{ }^\circ\text{K},$$

$$a_1 = 0.2^\circ\text{C}, \quad b_1 = 2 \times 10^{-6} \text{ 度/厘米}, \quad a_2 = 7.5 \times 10^{-4} \text{ 克/克},$$

$$b_2 = 7.5 \times 10^{-9} \text{ 克/克} \cdot \text{厘米}, \quad \Gamma_q = 1.5 \times 10^{-8} \text{ 克/克} \cdot \text{厘米},$$

$$\rho = 10^{-3} \text{ 克/厘米}^3, \quad m_0 = 4.2 \times 10^{-3} \text{ 克},$$

$$\alpha = 10^{-8} \text{ 克/厘米}, \quad u = 5.5 \times 10^2 \text{ 厘米/秒},$$

$$c_p = 0.24 \text{ 卡/克} \cdot \text{度}, \quad c = 1 \text{ 卡/克} \cdot \text{度},$$

$$g = 9.8 \times 10^2 \text{ 厘米/秒}^2, \quad k = 10^{-3} \text{ 秒}^{-1}.$$

例(2) $I = 1.1 \times 10^{-3}$ 克/厘米²·秒, $v_0 = 2 \times 10^2$ 厘米/秒,

$a_1 = 0.4^\circ\text{C}$ 其余同例 1.

例(3): $I = 1.1 \times 10^{-3}$ 克/厘米²·秒, 其余同例 1.

例(4): $\gamma - \gamma_b = 0$, 其余同例 1.

例(5): 各参数均与例(1)同.

第(1)例的降水强度, 根据我国夏季南方局地积云降水资料分析, 这是常见的, 按此强度, 15 分钟内(我们只计算到 15 分钟)总降水量是 4.95 毫米, 这也是常见的雨量, 所以例

(1)可以代表比较一般的局地积云降水情况。我们只计算了云中、下部的变化情况,所以初始条件中 v , T' 和 w_c 的垂直梯度 β , b_1 和 b_2 取为一个固定的常数。这里的 γ 数值是在计算雨滴降温率时用的, ρ 是在计算雨滴含水量和降水强度关系时使用,所以这两个量取为常数对计算结果不会有多大影响。

第(2)例的降水强度比第(1)例大一倍,这在局地积云降水中是可以见到的。初始条件 v_0 , T'_0 和 w_0 也相应取大一些,所以例(2)可以代表较大强度降水的局地积云情况。所计算的时间是10分钟,这时总降水量是6.6毫米。这还不是很大的降水。

第(3)例的降水强度比第(1)例大一倍,而其他参数不变,目的是想比较一下在不同降水强度下降水对云结构影响的差别。

第(4)例是计算了中性层结的情况,想由此结果分析层结的影响。

第(5)例的计算是想分析降水云外环境不同时的不同结果。

根据以上各例所取的参数,对于第(1)一(4)例,特征方程(28)的三个根有两个是共轭虚根,所以 z , v , T' 和 w_c 解的形式是(29),(30),(33)和(35)式的形式。对于第(5)例,由于特征方程的三个根都是实数,所以各解是(36)式的形式。按照上节所述方法,我们计算了较多气块的变化规律再用作图分析的方法近似地做出不同时间内云中 v , T' 和 w_c 随高度的分布曲线。我们把每隔100秒的云中 v , T' 和 w_c 分布曲线都做出来,由此在图上读出各高度上不同时间的 v , T' 和 w_c 数值,并读出在不同时间内垂直速度为零的高度和含水量为零的高度。根据这些数据点,我们可以做出在不同的固定高度上的 v , T' 和 w_c 随时间的变化以及垂直速度为零的高度(在此高度以上为上升运动区,以下为下沉运动区)和含水量为零(云底)的高度随时间的变化。

图1—3是 $z = 0, 1, 2, 3$ 公里高度上云中 v , T' 和 w_c 随时间的变化,图4是垂直速度为零的高度随时间的变化,图5是含水量为零(云底)的高度随时间的变化。

为了更具体地分析和比较各例中降水过程对云结构的影响,根据算出的 v , T' 和 w_c 和分析出来的图表我们作出了表1,其中列出了以下几种量:

(1) $z = 1.5$ 公里处,在 $t = 300, 600, 900$ 秒时云中垂直速度与初始时刻同一高度上的垂直速度的差值 Δv_3 , Δv_6 和 Δv_9 。

(2) $z = 1.5$ 公里处,在 $t = 300, 600, 900$ 秒时云中含水量与初始时刻同一高度上的含水量的差值 Δw_3 , Δw_6 和 Δw_9 。

(3) $z = 1.5$ 公里处,在 $t = 300, 600, 900$ 秒时云内外温差与初始时刻同一高度上的云内外温差的差值 ΔT_3 , ΔT_6 和 ΔT_9 。

(4) 云底($w_c = 0$ 的高度)平均抬升速度 v_H 。

(5) 云底开始消散的时间 t_H 。

(6) 云底在 $t = 600$ 和 900 秒时的高度 H_6 , H_9 。

(7) 云中最先出现下沉运动的时间 t_v 。

根据以上计算和分析的结果,我们可以就降水过程对云结构影响作以下分析和讨论。

降水对云的气流和含水量的影响,在所计算各例的情况都是非常显著的,在降水开始后,不只是云中垂直速度明显地减弱,而且逐渐形成下沉气流。云中含水量和云内外温差也是相应地减小的。由于含水量的减小,在降水开始后不久,云还将要从底部往上逐渐消

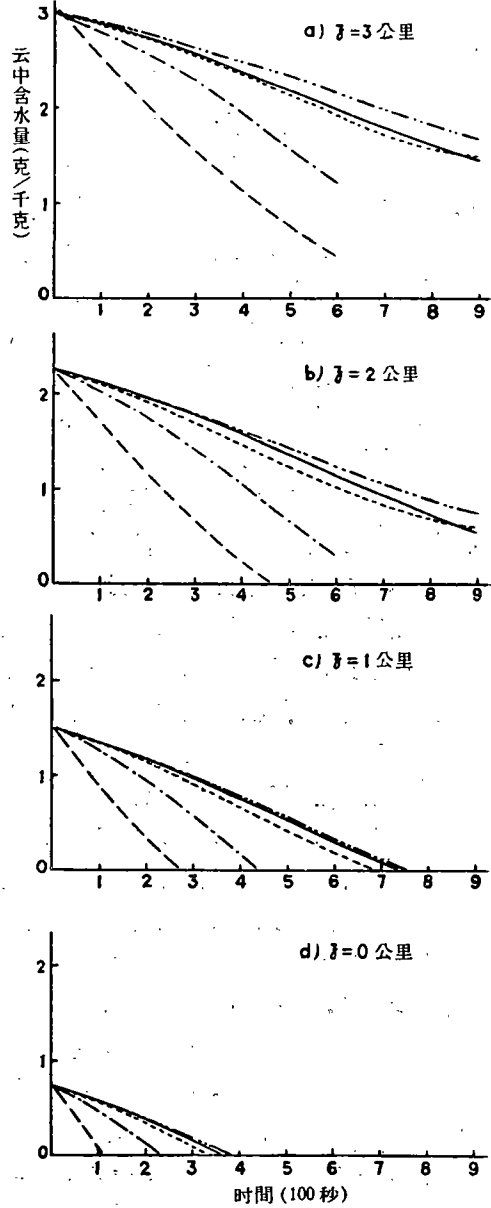
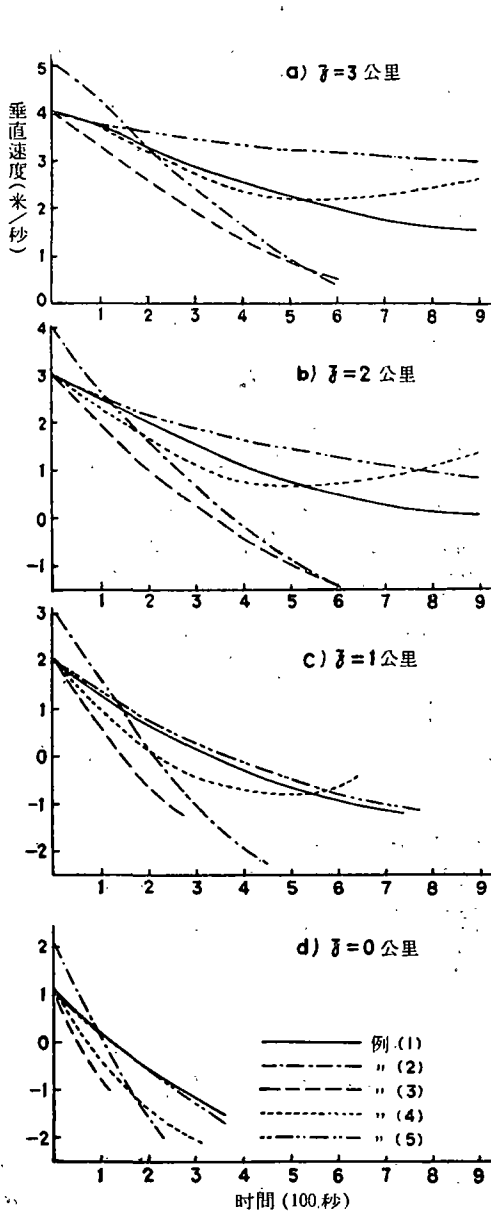


图1 不同高度上云中垂直气流速度随时间的变化

图2 不同高度上云中含水量随时间的变化

表1 降水开始后云结构变化的某些特征

例序	Δv_8 (米/秒)	Δv_0 (米/秒)	$\Delta v_0'$ (米/秒)	Δw_8 (克/千克)	Δw_0 (克/千克)	$\Delta w_0'$ (克/千克)	ΔT_8 ($^{\circ}\text{C}$)	ΔT_0 ($^{\circ}\text{C}$)	$\Delta T_0'$ ($^{\circ}\text{C}$)	H_0 (米)	H_0' (米)	t_H (秒)	v_H (米/秒)	t_v (秒)
(1)	-1.7	-2.7	-3.2	-0.51	-1.16	-1.76	-0.07	-0.20	-0.31	650	1370	360	2.5	125
(2)	-3.7	—	—	-0.88	—	—	-0.16	—	—	1700	—	240	5.1	110
(3)	-3.2	—	—	-1.64	—	—	-0.25	—	—	2500	—	110	4.2	60
(4)	-2.2	-2.5	-1.7	-0.60	-1.26	-1.70	-0.02	-0.04	-0.05	790	1300	320	2.2	80
(5)	-1.4	-2.2	-2.7	-0.50	-1.09	-1.64	-0.07	-0.18	-0.28	640	1260	360	2.3	125

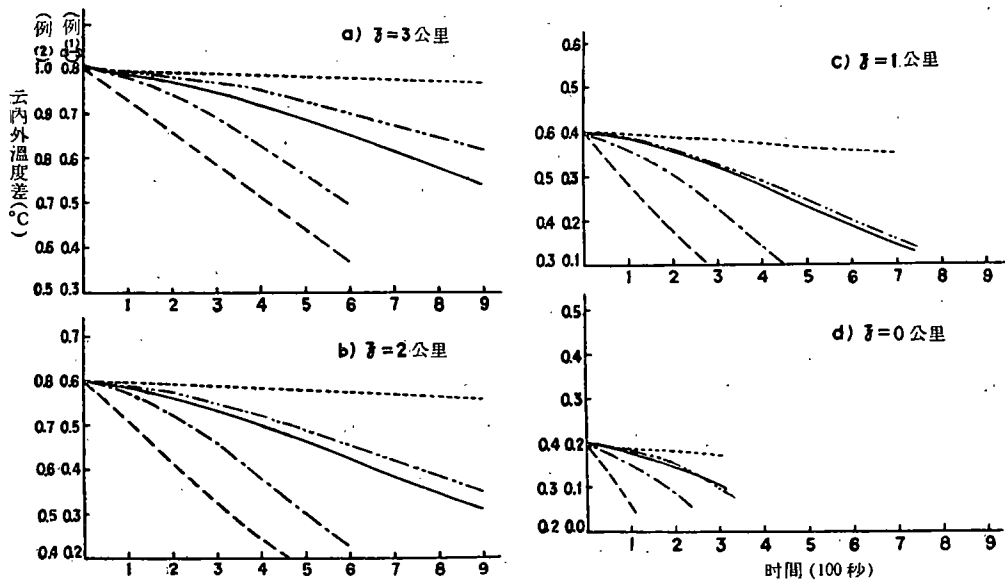


图3 不同高度上云内外温差随时间的变化

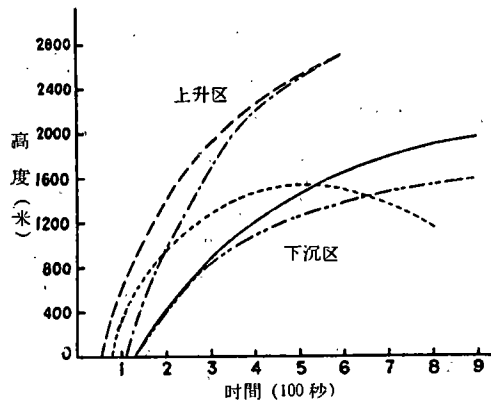


图4 云中垂直速度为零的高度随时间的变化

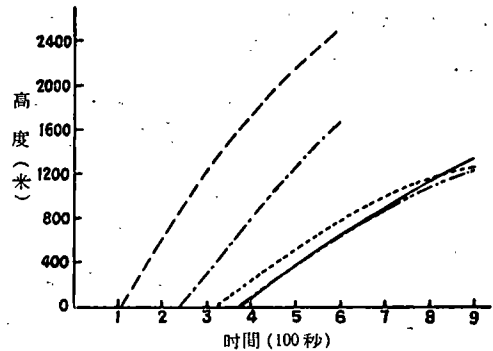


图5 云底高度随时间的变化

散。

在降水开始后,云中垂直速度的减小,一般是在开始的时候最明显,以后减小的速度逐渐变缓,云下部比云上部垂直速度的减小要大一些。在降水后两分钟,云的下部垂直速度的减小即大于1米/秒,在第二例减小了2.2米/秒。云中下沉运动的出现也是很快的,从图5和表1的 t_b 值可以看出,在降水开始后1—2分钟,各例的云底部即出现了下沉运动,以后下沉运动区逐渐向上扩展,到10分钟时,在降水较大的第(2),(3)例,在2.7公里以下已经全部是下沉气流区,在降水较小的第(1),(4)和(5)例,这时下沉气流区也扩展到1.4公里附近。

云中含水量随时间的变化几乎是成直线变化,后期减小略加快一些。各高度上含水量减小的情况差别不很大,底部比上部减小略快一些。云的消散是先由下部开始,由图5和表1的 t_H 数值看,对于降水较大的第(2)和(3)例,云底消散抬升速度是4.9米/秒左右,

对于降水較小的第(1),(4),(5)例則是 2.3 米/秒左右。

在降水开始后,云内外温差是逐漸減小的,由于云外环境我們是取常定的,所以这种減小实际上是云中温度的降低。从图 3 和表 1 可以看出,云中温度的減小是逐漸加快的,在 5 分钟后,各例的降溫速度都比开始时刻加快一倍左右。总的看,在我們計算的各例中,云中温度的下降一般不是很大,最大也不超过 0.5°C 。云下部降溫比上部略为明显,但差別不是很大。

比較各例計算的結果,我們还可以比較降水过程在不同条件下对云結構所起的影响。

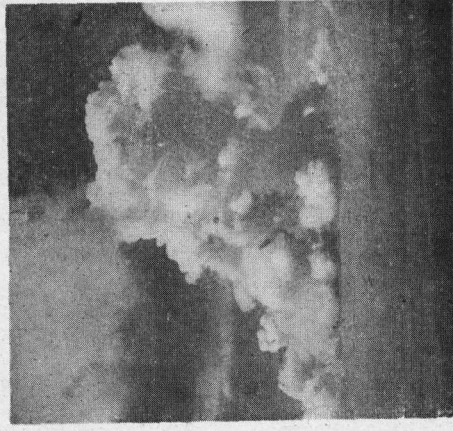
第(1)例和第(3)例,除了降水強度不同外,其他参数是完全相同的,第(3)例的降水強度比第(1)例的強一倍。根据两例的計算和分析結果,云中垂直速度的減小,例(3)比例(1)差不多大一倍,但云中含水量和温度的減小,例(3)的要比例(1)的大三倍多;云底消散速度和云中下沉运动出現的时间例(3)也比例(1)快一倍。可見降水愈大,降水对云結構的影响也愈显著。

第(1)例和第(4)例只是大气稳定度不一样,其他参数則完全相同,例(1)是不稳定层結,例(4)是中性层結。根据这两例的計算結果,云中垂直速度的減小,在开始的时候例(4)比例(1)要大一些,但在 550 秒以后,例(4)的云中垂直速度有些回升,以后变得比例(1)的大。云中下沉运动的出現,例(4)比例(1)快一些,下沉区向上扩展也快一些,但在 550 秒以后,例(4)的略向下降低,而例(1)仍向上扩展。这种差异主要是由于两例的大气层結不一样,因此垂直运动所引起的温度变化会不一样,从而温度变化对垂直运动的反饋影响(通过温差浮力)也会不一样。至于例(4)的垂直速度变化的回升原因,下面还将討論。在我們所計算的时间內,云中含水量的变化和云底的消散速度是相差不大的,而云中温度的变小,則例(1)比例(4)要明显一些。

第(2)和第(3)例是在降水开始以前云的初始結構不同,例(2)的云中初始垂直运动比例(3)的大 1 米/秒,温度高 0.2°C ,其他参数則完全相同。根据計算結果分析,例(2)的云中垂直速度減小要快一些,而例(3)的下沉运动开始時間較早,但下沉运动的向上扩展則比例(2)慢。云中含水量和温度的減小的速度,例(3)比例(2)显著。这两个例子的云底的抬升消散速度相差不多,例(3)比例(2)稍早一些。这些結果的差异,主要是由于例(3)的初始垂直速度較小,云中下沉运动出現較早,因而含水量和温度的減小也快。由于含水量減小的反饋影响,使垂直速度的減小要变緩。虽然温度減小对垂直运动減小是起正作用,但是由于这里取的不稳定度較小,因而含水量变小的反饋影响較主要,所以这两种作用的结果还是使下沉运动減小变緩的。如果不稳定度更大一些,可能会出现例(3)垂直速度的減小比例(2)明显的結果。

例(1)和例(5)的各个参数数值相同,只是降水云的环境不同。这二例的計算結果,各状态的变化在 1 公里以下是基本相同的,但在上部有一些差別,例(1)比例(5)变化大一些,这主要是由于例(5)降水云与外界的湍流混合結果,使动量、热量和含水量有所增加。

有必要提出的是,这里的計算結果是同时考虑了垂直运动、温度和含水量相互影响机制的。在不稳定大气中,垂直运动和温度变化的相互影响是相互加强的,而垂直运动和含水量的相互反饋影响是起相互抑制作用的,因此是有利于波动的产生。在第(4)例中,由



1. 15时21分



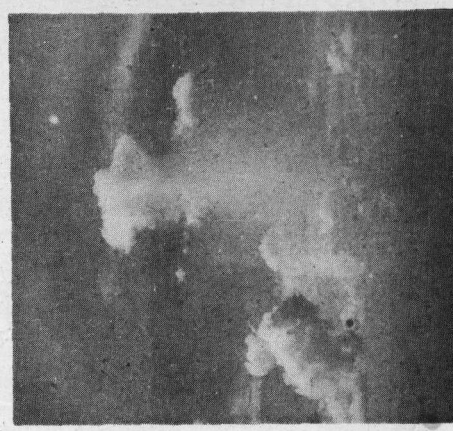
2. 15时24分



3. 15时27分



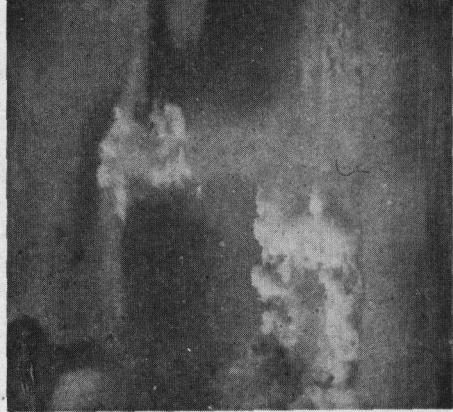
4. 15时29分



5. 15时31分



6. 15时33分



7. 15时35分



8. 15时37分

图6 一个个体积云在降水过程中消散的云况演变

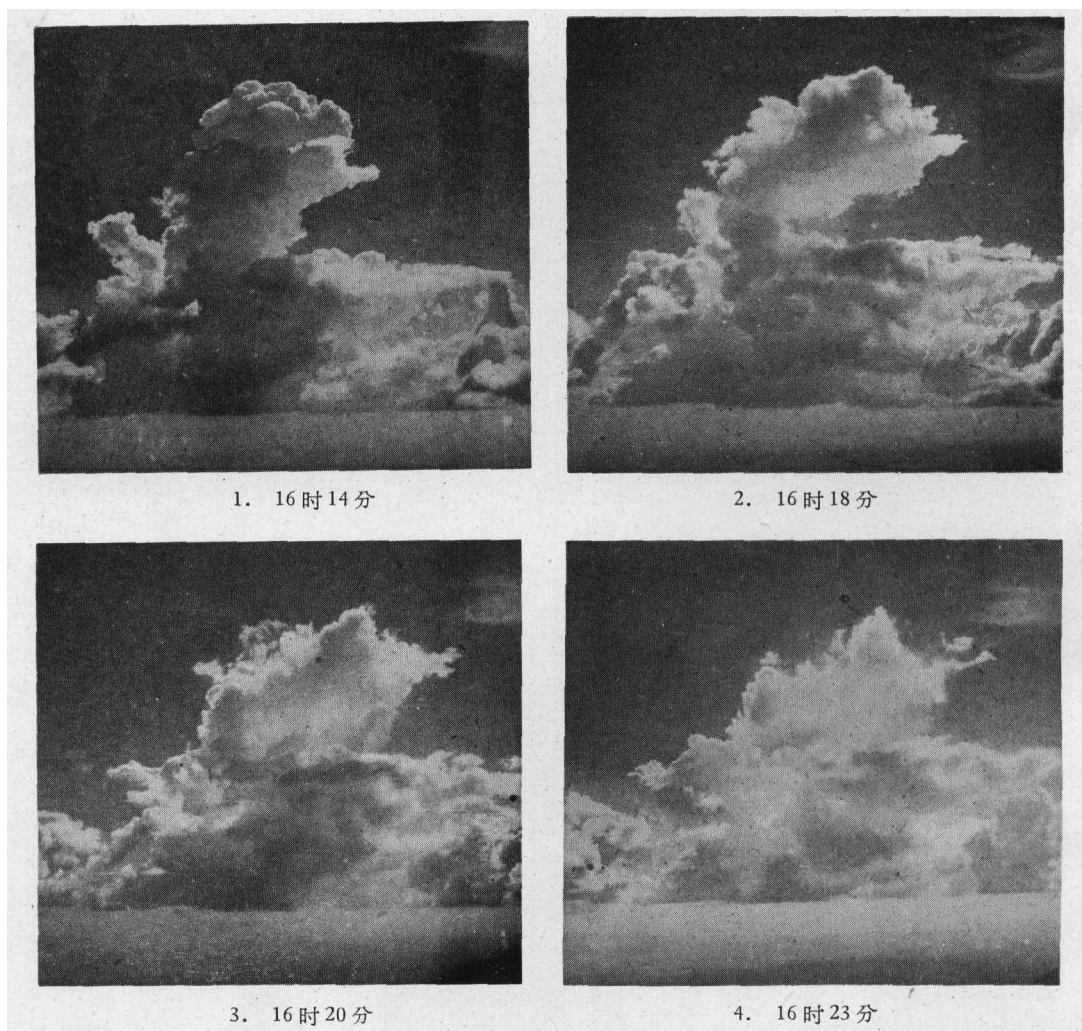


图7 一个浓积云在降水过程中消散的云况

于大气处于中性状态,含水量变化的反馈影响变得更为突出。在 $t = 550$ 秒以后,垂直速度的变化有回升的转变,出现波动变化。在其他各例中,也有这种波动变化,由于其层结稳定,因此温度变化的反馈影响使波动不够明显。在我们所计算的时间内,波峰或波谷尚未表现出来,但在图(1)的 $v-t$ 变化曲线上,是能够看出这种波动变化的趋势,即垂直速度减小是愈来愈小。关于这种波动的产生条件和特性等,这里不作详细讨论。

最后我们把计算结果和实际观测作一些比较分析。

在夏季,我们常发现在一块局地积云降水后不久,云就逐渐消散了。现在我们选摄有照片的两次例子进行分析讨论。

图6是我国南方夏季一块个体积云在降水过程中云形演变的照片图。照片(1)是在15时21分降水以前的云形,这时云厚约2.8公里,15时22分在云底可看到有雨旛。15时24分(照片2)云开始趋于消散,随着降水的继续,云逐渐消散。到了15时37分,云几乎全部消散(照片8)。云的消散过程是从云底开始的,云的下部逐渐消散,云底逐渐抬升,

到了 15 时 35 分 (第 7 张照片) 云厚已减小到 1 公里左右, 但云顶高度变化不大。云底消散抬升速度平均是 2.7 米/秒左右。另一次实际例子是积云在降水过程中消散的情况。图 7 是其演变的照片图。云在 16 时 16 分开始降水 (第 2 张照片), 到了 16 时 23 分, 云在降水过程中逐渐消散。

以上两次实例, 由于当时缺少降水强度和云结构变化的观测, 虽然不能全面地比较理论结果和实际情况的异同, 但是从降水和云况变化分析、理论结果和实际现象还是比较相似的。

六、结 论

根据前面的计算和分析讨论, 关于局地积云降水过程对云的宏观和微观结构的影响问题, 可以得到以下几点主要结果。

(1) 局地积云降水过程对云的宏观和微观结构可以产生很明显的影 响。在降水开始后, 云中垂直速度会很快减小, 并可能出现下沉运动。云中含水量和温度也会明显减小, 并可能减小到零, 而使云趋于消散。

(2) 在我们所取的模式中, 云中下沉运动的出现和云的消散, 是从云的下部逐渐向上扩展的。当降水强度为 0.33 毫米/分时, 云底消散抬升速度是 2.3 米/秒左右, 降水大一倍时, 云底的抬升消散速度可到 4.8 米/秒左右。

(3) 在我们所取的计算模式中, 降水强度愈大, 对云结构的影响也愈大, 它们之间几乎是成正比关系。

(4) 当不稳定性小时, 垂直运动的变化容易形成波动。

(5) 当初始垂直速度大时, 在降水开始后, 云中垂直速度的减小较快, 但由于下沉运动出现较慢, 因此云中含水量和温度的减小要慢一些。

(6) 在我们所取的计算模式中, 在降水云外存在有一定结构的云时, 降水过程对降水云结构的影响程度, 下部与云外静止空间时的情况基本相同, 上部变化要小一些, 但变化特点是基本相同的。

(7) 在降水影响云的结构过程中, 云中垂直速度、含水量和温度间的相互反馈影响是相当重要的。在不稳定的大气层结条件下, 垂直速度和温度的反馈影响是相互加强的, 而垂直速度和含水量变化的反馈影响则是相互抑制的, 这使得垂直运动变化容易形成波动现象, 但波动现象明显与否还要由大气的不稳定度的大小而定。

致谢: 作者对顾震潮先生在本文写作过程中所给予的指导和帮助深表感谢。

参 考 文 献

- [1] Haltiner, G. J., *Tellus*, 12, (1960), 393.
- [2] Byers, H., *The Thunderstorm*, 1949.
- [3] Ludlam, F. H., *Q. J. Roy. Meteor. Soc.*, 76, (1950), 52.

THE INFLUENCE OF THE PROCESS OF PRECIPITATION ON THE STRUCTURE OF LOCAL CUMULUS

CHEN JUI-YUNG

(Institute of Geophysics and Meteorology, Academia Sinica)

ABSTRACT

Taking consideration of the feedback on the vertical motion due to the drag force and the cooling effect acted on the air by raindrops, a system of differential equations for the vertical velocity, temperature difference between cloud and environment and the water content is introduced. The solutions are analysed numerically for five sets of different parameters. From the analysis the effect of different intensity of precipitation, stratification, initial condition and environment are studied, and it is further found that under the influence of precipitation process, the vertical velocity, temperature difference and water content in cloud are reduced very quickly, and the descending motion appears rapidly first at the cloud base, then spreads upward. Thus, starting from the cloud base, the cloud dissipates rapidly. This resembles the observed process of the dissipation of a precipitating cloud.